

۳ خیر زیرا مجموعه تهی فقط یک زیر مجموعه دارد.

حل تمرین صفحه ی ۱۲

الف)  $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}$   
 $\{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$

ب)  $\emptyset, \{2\}, \{6\}, \{2, 6\}$

پ)  $\emptyset, \{1\}, \{5\}, \{1, 5\}$

ت)  $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{8\},$

$\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\},$

$\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\},$

$\{2, 4, 6, 8\}$

حل تمرین صفحه ی ۱۴

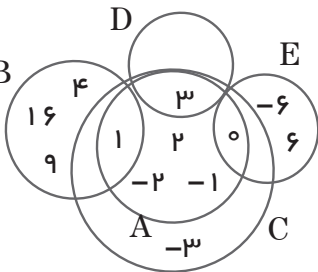
الف) ۱)  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ب)  $B = \{1, 4, 9, 16\}$

پ)  $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ت)  $D = \{3\}$

ث)  $E = \{-6, 0, 6\}$



۳ الف)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

ب)  $B = \{5x \mid x \in \mathbb{Z}\}$  پ)  $C = \{2^x \mid x \in \mathbb{N}\}$

۴ خیر زیرا  $A = \{1\}$  و  $B = \{-1, 1\}$

حل تمرین صفحه ی ۱۵

۱)  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$  یا  $\mathbb{Z}$  یا  $\mathbb{Q}$  یا  $\mathbb{R}$

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$

$\mathbb{W}$  یا  $\mathbb{Z}$  یا  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$  یا  $\mathbb{Q}$  یا  $\mathbb{R}$

$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$  یا  $\mathbb{R}$

حل تمرین فصل ۱ صفحه ۸

۱ خیر، برای مشخص شدن یک مجموعه مشخص بودن تعداد مهم نیست بلکه مشخص بودن اعضا مهم است.

۲ الف)  $\times$  ب)  $\times$  پ)  $\checkmark$  ت)  $\checkmark$  ث)  $\times$  ج)  $\checkmark$

حل تمرین صفحه ی ۹

$p \in B \times$   $1 \notin B \times$   $b \in B \checkmark$   $b \in A \checkmark$

$a \notin B \times$   $c \notin A \times$   $a \notin A \checkmark$   $p \in A \checkmark$

حل تمرین صفحه ی ۹



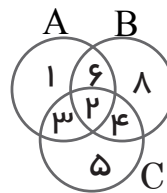
۲ الف)  $B = \{2, 3, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

ب)  $1, 4$  پ)  $3, 2$

حل تمرین صفحه ی ۱۰

۱ یکانی: مجموعه ی ریشه های دوم عدد صفر، مجموعه اعداد یک رقمی طبیعی مضرب ۵، مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۲ تهی: مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی مضرب ۱۰، مجموعه دانش آموزان کلاس نهم که معدل بالای ۲۰ دارند، مجموعه شمارنده های زوج عدد ۹

۲ الف) تهی ب) یکانی پ) تهی  
ت) تهی ث) یکانی ج) تهی



۳ الف)  $A = \{1, 2, 3, 6\}$

ب)  $B = \{2, 4, 6, 8\}$

پ)  $C = \{2, 3, 4, 5\}$

حل تمرین صفحه ی ۱۰

۱  $\checkmark$   $\times$   $\checkmark$

۲ الف)  $\left\{ \frac{\sqrt{25}}{3}, 1, 0/\sqrt{5}, 3, 0 \right\} = \left\{ \frac{5}{3}, \frac{2}{2}, 0, 0/\sqrt{5}, \frac{6}{2} \right\}$

ب)  $\left\{ -\sqrt{\frac{16}{36}}, 2, 4 \right\} = \left\{ 2, -\frac{2}{3}, 4 \right\}$

۳  $y=1$  و  $x=6$

حل تمرین صفحه ی ۱۲

۱  $\times$   $A \subseteq B$   $\checkmark$   $B \subseteq A$   $\times$   $D \subseteq M$   
 $\checkmark$   $C \subseteq M$   $\checkmark$   $B \subseteq M$   $\checkmark$   $C \not\subseteq D$

۵ (الف)

$\{۳, ۴\}$  ،  $\{۲, ۳, ۴\}$  ،  $\{۱, ۳, ۴\}$  ،  $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$

ب)  $\{۳, ۴\}$

پ)  $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$

حل تمرین صفحه ی ۱۸

۱ پاسخ سمیرا درست است.

۲ (الف)  $B - C = \{۳, ۷, ۸\}$  ب)  $A - C = \{۱, ۲, ۳\}$

پ)  $(A - B) - C = \{۱, ۲\}$  ت)  $B - A = \{۶, ۷, ۸\}$

ث)  $A - (A - B) = \{۳, ۴\}$  ج)  $(B - A) \cap C = \{۶\}$

۳ (الف) B (ب) A (پ)  $\emptyset$  (ت)  $\emptyset$  (ث)  $\emptyset$

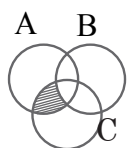
۴  $A = \{۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ۸۴, ۹۶\}$

$B = \{۱۸, ۳۶, ۵۴, ۷۲, ۹۰\}$

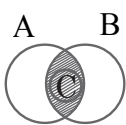
(الف)  $\{۱۲, ۲۴, ۴۸, ۶۰, ۸۴, ۹۶\}$

(ب)  $\{۱۸, ۵۴, ۹۰\}$  (پ)  $\{۳۶, ۷۲\}$

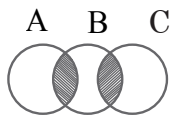
(ت)  $\{۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۵۴, ۶۰, ۷۲, ۸۴, ۹۰, ۹۶\}$



$(A - B) \cap C$

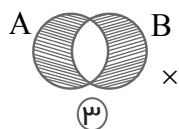


$(A \cap B) \cup C$

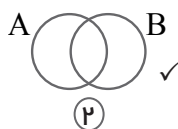


$B \cap (A \cup C)$

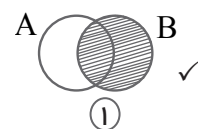
۵



۳



۲



۱

۶

حل تمرین صفحه ی ۲۰

(الف) صفر عضو، یک زیر مجموعه ،  $\emptyset$

ب)  $A = \{a\}$  ، زیر مجموعه ها:  $\emptyset$  ،  $\{a\}$  ، ۲ زیر مجموعه دارد.

پ)  $B = \{a, b\}$  ، زیر مجموعه ها:  $\emptyset$  ،  $\{a\}$  ،  $\{b\}$  ،  $\{a, b\}$  ، ۴ زیر مجموعه

ت)  $C = \{a, b, c\}$  ، زیر مجموعه ها:  $\emptyset$  ،  $\{a\}$  ،  $\{b\}$  ،  $\{c\}$  ،

ث)  $\{a, b, c\}$  ،  $\{b, c\}$  ،  $\{a, c\}$  ،  $\{a, b\}$

$n(A)$	۰	۱	۲	۳	۴	...	k
تعداد زیر مجموعه ها	۱	۲	۴	۸	۱۶	...	$۲^k$

ج) اگر تعداد اعضای مجموعه A را با n نشان دهیم تعداد زیر

مجموعه های A برابر است با  $۲^n$

ج)  $۲^۵ = k \times ۲^۲ \rightarrow k = \frac{۲^۵}{۲^۲} = \frac{۳۲}{۴} = ۸$

۲

×

×

✓

✓

حل تمرین صفحه ی ۱۶

۱ (الف)  $A = \{۱, ۲, ۳, ۴\} \rightarrow A \cap B = \{۲, ۳\}$   
 $B = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$

ب)  $A = \{a, b, c\} \rightarrow A \cap B = \emptyset$   
 $B = \{d, e\}$

پ)  $A = \{۱, ۲\} \rightarrow A \cap B = \{۱, ۲\} = A$   
 $B = \{۳, ۴, ۵\}$

در مورد قسمت ب A و B هیچ اشتراکی ندارند و از هم جدا هستند.

در مورد پ  $A \subseteq B$  و  $A \cap B = A$

۲  $A \cap B = \{۲, ۳\}$  ،  $B \cap C = \{۳, ۶\}$

$A \cap C = \{۳, ۴\}$  ،  $A \cap B \cap C = \{۳\}$

۳ (الف) زیر مجموعه (ب) با خودش (پ) تهی (ت) A

۴ ۳ نفر، پاسخ های مهدی ، محمد و رضا درست است.

حل تمرین صفحه ی ۱۷

۱ (الف)  $A = \{a, b, c\}$  ،  $B = \{c, d, f\}$

$A \cup B = \{a, b, c, d, f\}$

ب)  $A = \{a, b, c\}$  ،  $B = \{d, e, f\}$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

پ)  $A = \{c, b\}$  ،  $B = \{a, b, c, d\}$

$A \cup B = \{a, b, c, d\}$

نتیجه اگر  $A \subseteq B$  آنگاه  $A \cup B = B$

۲  $B \cup C = \{b, c, e, f, g, h, k\}$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$A \cup C = \{a, b, c, d, e, g, h, k\}$

$A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e, f, g, h, k\}$

✓

✓

×

۳

✓

✓

×

✓

×

×

✓

✓

✓

۴  $A = \{۱, ۲\}$  ،  $B = \{۱, ۲\}$  ،  $A \cup B = A \cap B = \{۱, ۲\}$

نتیجه: اگر اشتراک دو مجموعه غیر تهی با اجتماع آنها برابر باشد دو مجموعه برابرند.

$$(A \cap B) \cup C = \{a, b, d, e, i, o, u\}$$

$$(A \cup B) \cap C = \{a, e\}$$

$$(A \cup B) \cup C = \{a, b, c, d, e, f, i, o, u\}$$

$$(A \cap B) \cap C = \emptyset$$

۴ خیر زیرا برای مثال اگر  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{3, 4\}$  آنگاه

$$B \neq \emptyset \text{ ولی } A - B = \{1, 2\} = A$$

۵  $W - \mathbb{N} = \{0\}$   $W - (W - \mathbb{N}) = W - \{0\} = \mathbb{N}$

$$Z - W = \{-1, -2, \dots\}$$

۶ الف)  $\{1, 2, 3, \dots\}$  ب)  $\{-1, 0, 1\}$

پ)  $\{3, 7, 11, \dots\}$  ت)  $\{2, 4\}$

ث)  $\{1, -1\}$  ج)  $\{\frac{1}{2}, 1, \frac{9}{8}\}$

۷  $A = \{K \mid K \in \mathbb{Z}\}$   $B = \{n^r \mid n \in \mathbb{N}\}$

$C = \{(-\frac{1}{3})^n \mid n \in \mathbb{N}\}$   $D = \{(0/1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

۸ الف)  $\begin{cases} x - 2 = 5 \rightarrow x = 7 \\ x + y = 3 \rightarrow 7 + y = 3 \rightarrow y = -4 \end{cases}$

ب)  $\begin{cases} x^2 = 1 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

۹ الف)  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\},$

$\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\},$

$\{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

ب)  $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

پ)  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\},$

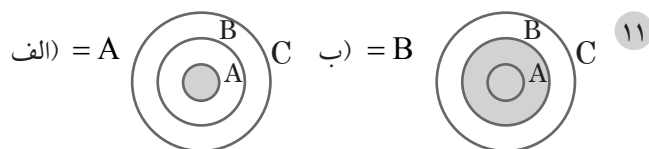
$\{1, 2, 3\}$

ت)  $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$

۱۰  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3\}$ ,  $A \cap (A \cup B) = \{1, 2\} = A$

$A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup (A \cap B) = \{1, 2\} = A$



احتمال برنده شدن تیم مورد علاقه ما  $\frac{1}{2}$  است

۱ الف) عدد روی کارت اول نباشد  $B =$

عدد روی کارت بزرگتر از ۵ باشد  $C =$

عدد روی کارت زوج باشد  $D =$

ب) الف) عدد روی کارت اول نباشد.

ب) عدد روی کارت یک رقمی باشد.

پ) عدد روی کارت مضرب ۶ باشد.

ت) عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.

۲ کلمه «رو» را با حرف «ر» کلمه «پشت» را با حرف «پ» نشان

می دهیم.

الف)  $(1, r)$  و  $(2, r)$  و  $(3, r)$  و  $(4, r)$  و  $(5, r)$  و  $(6, r)$

ب)  $(1, p)$  و  $(2, p)$  و  $(3, p)$  و  $(4, p)$  و  $(5, p)$  و  $(6, p)$

۷  $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$  پ)  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$  ب)

۳

الف)  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  ب)  $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$  پ)  $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$  ت)  $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

۴ الف)  $\{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, p), (p, p, p)\}$  و

$\{(p, p, r), (r, r, p), (r, p, p), (p, p, p)\}$  و

$\{(p, p, p)\}$

ب)  $A = \{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, p), (p, p, p)\} \rightarrow P(A) = \frac{4}{8}$

پ)  $B = \{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, p), (p, p, p)\}$

$\rightarrow P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

۵  $A = \{2, 4, 6\}$   $B = \{2, 3, 5\}$

الف)  $A - B = \{4, 6\}$  ب)  $P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

تمرین های آخر فصل صفحه ۲۳

۱ الف) ۴ عضو  $\{\text{بهار، تابستان، پاییز، زمستان}\}$

ب) ۹ عضو  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

پ) ۱ عضو  $\{2\}$

ت) ۹ عضو  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

۲ خیر  $\{1, 2, 5\} \neq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

۳  $A \cap B = \{b, d\}$   $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

$A \cap C = \{a\}$   $A \cup C = \{a, b, c, d, e, i, o, u\}$

$B \cap C = \{e\}$   $B \cup C = \{a, b, d, e, f, i, o, u\}$

۱۷ الف)  $\frac{تعداد سفید}{تعداد کل} = \frac{۳}{۱۲}$  ب)  $\frac{تعداد قرمز}{تعداد کل} = \frac{۵}{۱۲}$

پ)  $\frac{تعداد مهره های غیر سفید}{تعداد کل مهره ها} = \frac{۹}{۱۲}$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۲۶

۱ گزینه ۳ (۱) {۹} (۲) {۱۰} (۳) {} (۴) {۱۵}

۲ گزینه ۲  $2x - 5 = a \rightarrow 2x - 5 = 25 - 3x \rightarrow 25 - 3x = a$

$5x = 30 \rightarrow x = 6 \rightarrow a = 2(6) - 5 = 7$

۳ گزینه ۱  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \rightarrow A \cap B = \{1, 2\}$   
 $B = \{1, 2, 7, 14\}$

۴ گزینه ۴

$A \subseteq A \cup B, A \cup B \subseteq B \rightarrow A \subseteq B \rightarrow A \cap B = A$

۵ گزینه ۱ و ۲  $C \subseteq B \subseteq A \rightarrow A \cap B = B \neq \emptyset$

$C \subseteq B \subseteq A \rightarrow (A \cap B) \cup C = B \cup C = B \neq C$

۶ گزینه ۲  $B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27\}$

۷ گزینه ۲  $(A - B) - (B - A) = \{1\} - \{4\} = \{1\}$

۸ گزینه ۴  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

$\rightarrow 5 - 2 = 2 + ? \rightarrow ? = 1$

۹ گزینه ۱  $A = \{1, 2\} B = \{1\} \rightarrow A - B = \{2\} \neq \emptyset$

۱۰ گزینه ۳  $\begin{cases} x = -2 \\ -y = 6 \rightarrow y = -6 \end{cases} \rightarrow xy = 12$

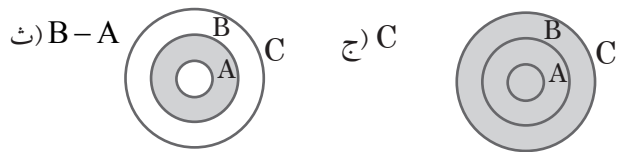
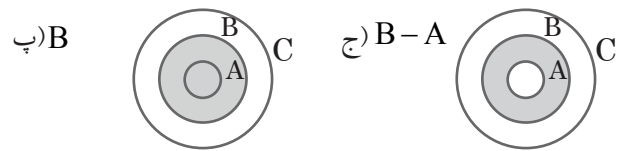
یا  $\begin{cases} x = 6 \\ -y = -2 \rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow xy = 12$

۱۱ گزینه ۴

۱۲ گزینه ۴  $n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$A = \{(, , , , )\} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{16}$

۱۳ گزینه ۲  $n(S) = 6 \times 6 \times 2 \times 2 = 144$



۱۲  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$A \cap B = \{2, 3, 4\}$

۱۳  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\} B = \{2, 4, 6, 8\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A \cap B = \emptyset$

$A - B = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B - A = \{2, 4, 6, 8\}$

نتیجه: اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد تفاضل آنها با مجموعه اول

برابر است.  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$

۱۴  $\checkmark (A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

×  $(A - B) \subseteq A \cap B$

۱۵  $\checkmark (A - B) \subseteq A \cup B$

×  $A \cap B \subseteq A - B$

۱۵  $(A - B) \cup (B - A)$   $(A \cup B) - (A \cap B)$

۱۶ الف)  $S = \{پ پ، پ ر، ر پ، ر ر\}$

ب)  $A = \{ر ر، پ پ\} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

پ)  $B = \{پ پ، ر پ، ر ر، پ ر\} \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{4}$

۱  $A \cup B = \{۲, ۳, \{۲\}, \{۳\}\}$  ,  $A \cap B = \{۲, ۳\}$

۲ الف)  $r^{n+۳} = k \times r^{n-r} \rightarrow r^n \times r^۳ = k \times r^n \times r^{-r} \rightarrow$

$۸ \times r^n = \frac{k \times r^n}{۴} \rightarrow k = ۳۲$

۳ ب)  $r^{۲n-۵} = ۱۶ \times r^{n-r} \rightarrow r^{۲n-۵} = r^۴ \times r^{n-r} \rightarrow r^{۲n-۵} = r^{n+r} \rightarrow ۲n-۵ = n+r \rightarrow n = ۷$

۴  $X = B$  یا  $\{۱, ۲, ۳, ۵\}$  یا  $\{۱, ۳, ۴, ۵\}$  یا  $\{۱, ۳, ۵, ۶\}$   
 یا  $A$  یا  $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$  یا  $\{۱, ۲, ۳, ۵, ۶\}$  یا  $\{۱, ۳, ۴, ۵, ۶\}$

- 
- 

۵  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

۱ الف)  $\frac{۲}{۳} = \frac{۲ \times ۴}{۳ \times ۴} = \frac{۸}{۱۲}$  ,  $\frac{۵}{۴} = \frac{۵ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۱۵}{۱۲}$

$\frac{۸}{۱۲} < \frac{۹}{۱۲} < \frac{۱۰}{۱۲} < \frac{۱۱}{۱۲} < \frac{۱۲}{۱۲} < \frac{۱۳}{۱۲} < \frac{۱۴}{۱۲} < \frac{۱۵}{۱۲}$

۲ ب)  $\frac{۳}{۴} = \frac{۱۱}{۴} = \frac{۱۱ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۳۳}{۱۲}$

$\frac{۳}{۱} = \frac{۳ \times ۴}{۱ \times ۴} = \frac{۱۲}{۴} = \frac{۱۲ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۳۶}{۱۲}$

$\frac{۳۳}{۱۲} < \frac{۳۴}{۱۲} < \frac{۳۵}{۱۲} < \frac{۳۶}{۱۲}$

۳ پ)  $\frac{۵}{۴} = \frac{۵ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۱۵}{۱۲} = \frac{۱۵ \times ۳}{۱۲ \times ۳} = \frac{۴۵}{۳۶}$

$\frac{۴}{۳} = \frac{۴ \times ۴}{۳ \times ۴} = \frac{۱۶}{۱۲} = \frac{۱۶ \times ۳}{۱۲ \times ۳} = \frac{۴۸}{۳۶}$

$\frac{۴۵}{۳۶} < \frac{۴۶}{۳۶} < \frac{۴۷}{۳۶} < \frac{۴۸}{۳۶}$

۴ ت)  $\frac{-۵}{۳} = \frac{-۵ \times ۳}{۳ \times ۳} = \frac{-۱۵}{۹}$

$\frac{-۴}{۳} = \frac{-۴ \times ۳}{-۳ \times ۳} = \frac{-۱۲}{۹}$

$\frac{-۱۵}{۹} < \frac{-۱۴}{۹} < \frac{-۱۳}{۹} < \frac{-۱۲}{۹}$

۱ الف)  $\frac{۴}{۷} < \frac{۸۱}{۱۴۰} < \frac{۴۱}{۷۰} < \frac{۸۳}{۱۴۰} < \frac{۳}{۵}$

۲ ب)  $۱ > \frac{۵}{۸} > \frac{۱}{۴} > \frac{-۱}{۸} > \frac{-۱}{۲}$

۳ پ)  $\frac{۳}{۴} = \frac{۱۱}{۴} < \frac{۴۵}{۱۶} < \frac{۲۳}{۸} < \frac{۴۷}{۱۶} < ۳$

۴  $Q = \left\{ \frac{a}{b} \dots a. \in \mathbb{Z}, \dots b. \in \mathbb{N} \right\}$

۱ الف)  $\frac{۲}{۹} = ۰/۲۲۲$  ,  $\frac{۵}{۶} = ۰/۸۳۳$  ,  $\frac{۳}{۵} = ۰/۶$

$\frac{۲}{۷} = ۰/۲۸۵$  ,  $\frac{۲}{۹} < \frac{۲}{۷} < \frac{۳}{۵} < \frac{۵}{۶}$

۲ ب)  $\frac{۴۰۰}{۹۳} = ۴/۳۰۱$  ,  $-\frac{۱}{۵} = -۰/۲$  ,  $\frac{۲}{۳} = ۰/۶$

$\frac{۱}{۶} = ۰/۱۶$  ,  $\frac{۱۲۵}{۲۰۱} = ۰/۶۲۱$

$-\frac{۱}{۵} < \frac{۱}{۶} < \frac{۱۲۵}{۲۰۱} < \frac{۲}{۳} < \frac{۴۰۰}{۹۳}$

۱ الف)  $\frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$  مختوم ب)  $\frac{۳}{۷} = ۰/۴۲۸۵۷۱$  متناوب

پ)  $\frac{۱}{۶} = ۰/۱۶$  متناوب ت)  $-\frac{۲}{۵} = -۰/۴$  مختوم

۲ الف)  $\frac{۳۲۵}{۱۰۰}$  ب)  $-\frac{۴۲}{۱۰}$

۳  $\frac{۲}{۳۸} = \frac{۲۳۸}{۱۰۰} = \frac{۲۳۸ \times ۶}{۱۰۰ \times ۶} = \frac{۱۴۲۸}{۶۰۰}$

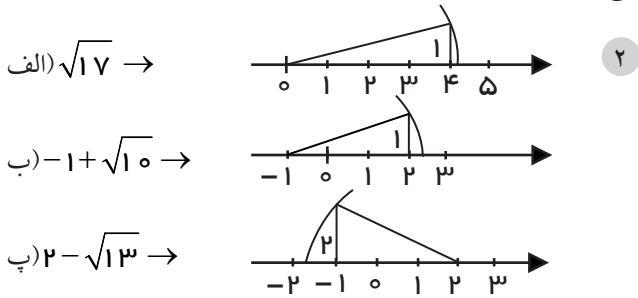
$\frac{۲}{۴} = \frac{۲۴}{۱۰} = \frac{۲۴ \times ۱۰}{۱۰ \times ۱۰} = \frac{۲۴۰}{۱۰۰} = \frac{۲۴۰ \times ۶}{۱۰۰ \times ۶} = \frac{۱۴۴۰}{۶۰۰}$

- متناوب (پ)
- متناوب (ب)
- مختوم (الف)
- مختوم (ج)
- متناوب (ت)
- متناوب (ث)

۱ الف)  $\frac{-۱۱}{۵} + \frac{۴}{۷} = \frac{-۱۱}{۵} + \frac{۲۰}{۲۸} = \frac{-۱۱}{۵} + \frac{۵}{۷} = \frac{-۷۷+۲۵}{۳۵} = \frac{-۵۲}{۳۵}$

حل تمرین صفحه ی ۳۷

۱) بله، در نمایش روی محور نقطه شروع و ابعاد مثلث قائم الزاویه مهم است نه جهت مثلث و دایره در دو طرف نقطه شروع محور را قطع می کند.



۳)  $\sqrt{5}$  دوره تناوب ندارد ولی  $\frac{2}{7}$  دوره تناوب دارد.

حل تمرین صفحه ی ۳۷

الف)  $\frac{5}{29}$     ب)  $-\frac{3}{83}$     پ)  $\frac{5}{24}$

حل تمرین صفحه ی ۳۸

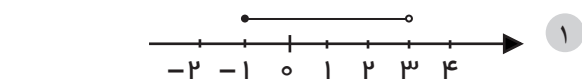
۱) با توجه به اینکه  $\sqrt{1} = 1$  و  $\sqrt{4} = 2$  پس:  
 $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{2/5} < \sqrt{3} < \sqrt{3/5} < \sqrt{4}$

۲) الف) بین دو عدد ۰ و ۱    ب)  $0/27$

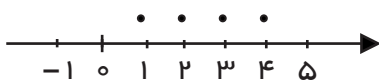
حل تمرین صفحه ی ۳۸

- ۱)
- |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
- ۲)
- |          |       |          |          |
|----------|-------|----------|----------|
| $\notin$ | $\in$ | $\notin$ | $\notin$ |
| $\notin$ | $\in$ | $\in$    | $\notin$ |

حل تمرین صفحه ی ۳۹



$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$



$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$

ب)  $\frac{3}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{8}{2} = 4 = \frac{20}{5} = \frac{5}{-3}$   
 $\frac{19}{8} - \frac{1}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$

پ)  $\frac{19}{8} - \frac{1}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$   
 $\frac{9}{4} \times \frac{13}{4} = \frac{117}{16}$

$\frac{9 \times 120}{-4 \times 663} = \frac{180}{-663} = \frac{60}{-221}$

ت)  $\frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} = 10$

$2 - \frac{4}{2}$

ث)  $\frac{2-6}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$

ج)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{12}$   
 $\frac{17}{12} - \frac{1}{3} = \frac{17}{12} - \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$

چ)  $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{8}} = \frac{1}{\frac{13}{8}} = \frac{8}{13}$

ح)  $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{21}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{21}} = 1 + \frac{1}{\frac{46}{21}} = 1 + \frac{21}{46} = \frac{67}{46}$

حل تمرین صفحه ی ۳۶

$Z \cap Q' = \emptyset$      $Q \cap Q' = \emptyset$   
 $W \cap Q' = \emptyset$      $N \cap Q' = \emptyset$

- ۱)
- |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
- ۲)
- |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

$$\text{ب) } \frac{2|-2-4+3(1)|}{|-2 \times 4 - 1|} + \frac{|1|}{|-2|} = \frac{2|-3|}{|-9|} + \frac{1}{-2} = \frac{6}{9} + \frac{1}{-2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

حل تمرین صفحه ی ۴۳

۱ پاسخ کوثر

الف)  $|- \pi| = \pi$       ب)  $|ab|$       ۲

ب)  $|x^r y^r| = x^r y^r$       ت)  $|1 - \frac{5}{4}| = \frac{|-1|}{4} = \frac{1}{4}$       ۳

- ۳
- |   |   |   |
|---|---|---|
| × | × | ✓ |
| ✓ | × | × |
| × | ✓ | × |

۴ X و Y مثبت است و Z هر علامتی می تواند داشته باشد.

الف)  $>$       ب)  $=$       پ)  $<$       ت)  $=$       ۵

تمرین های آخر فصل صفحه ۴۵

- ۱ ✓ × × × ✓ ✓ ✓

۲ الف) ۱ (ب) خیر (پ) خیر

الف)  $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{12}{32}$        $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{2 \times 4}{8 \times 4} = \frac{8}{32}$       ۳

$\frac{8}{32} < \frac{9}{32} < \frac{10}{32} < \frac{11}{32} < \frac{12}{32}$

ب)  $-\frac{1}{3} = \frac{-2}{6} \times \frac{4}{4} = \frac{-8}{24}$        $-\frac{1}{2} = -\frac{3}{6} \times \frac{4}{4} = \frac{-12}{24}$

$\frac{-12}{24} < \frac{-11}{24} < \frac{-10}{24} < \frac{-9}{24} < \frac{-8}{24}$

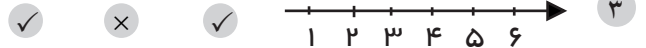
الف)  $\frac{2}{3} = \frac{14}{21} < \frac{29}{6} < \frac{31}{6} < \frac{16}{3}$       ۴

ب)  $-1 < \frac{-5}{8} < \frac{-1}{4} < \frac{1}{8} < \frac{1}{2}$

الف)  $\frac{9}{4} < \frac{13}{5} < \frac{2}{3}$       ۵

ب)  $0/403 < 0/41 \times 10 < \frac{126}{300} < 0/42 \times 10^4$

۲ گزینه ب



۴  $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x \leq 5\}$

- ۴
- |   |   |   |
|---|---|---|
| ✓ | × | ✓ |
| ✓ | × | ✓ |
| × | × |   |

حل تمرین صفحه ی ۴۱

الف)  $-1 + \sqrt{2}$       ب)  $-2(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1)$       ۱

پ)  $\sqrt{3} + 1$       ت)  $3\frac{2}{3} - \frac{13}{4}$       ۲

۲ به اولویت ضرب و تقسیم از چپ دقت نکرده است پاسخ صحیح:

$|1 - 10 + 6 \div 2 \times 3| = |1 - 10 + 3 \times 3| = |1 - 10 + 9| = 0$

الف)  $\frac{13}{5}$       ب)  $-2/5$       پ) برابر      ت)  $-\frac{3}{4}$       ۳

۴

	a + b		-(a + b)
	a + (-b)	-a + b	
a × b		(-a)(b) = -ab	
a - b	a + b		-a + b
$\frac{a}{b}$		$\frac{-a}{b}$	$\frac{a}{b}$
$\frac{a}{b}$	$\frac{-a}{b}$	$\frac{a}{-b}$	

۵ برابر با کوچک تر

۶ الف) قدر مطلق تقسیم دو عدد بر هم برابر است با تقسیم قدر مطلق های آن دو عدد بر هم.

ب) قدر مطلق قرینه یک عدد با قدر مطلق آن عدد برابر است.

۷ خیر برای مثال اگر  $a = 1$  و  $b = -2$  آنگاه

$|a - b| = |1 - (-2)| = |1 + 2| = 3$

$|a| - |b| = |1| - |-2| = 1 - 2 = -1$

حل تمرین صفحه ی ۴۲

الف)  $\frac{|-2-1|}{|-2|-|1|} = \frac{|-3|}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$

۳ گزینه ۳) زیرا تنها کسری است که صورت از مخرج کوچکتر است.

۴ گزینه ۳) چون مختوم نیست و دوره گردش ندارد.

۵ گزینه ۲)  $|2 - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 1| =$

$2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 2 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = -1$

۶ در گزینه ها نیست  $A = -\sqrt{5} \rightarrow B - A = \sqrt{8} + \sqrt{5}$

$B = \sqrt{8}$

۷ گزینه ۴) زیرا در مخرج هم عامل ۲ و هم عاملی غیر از ۲ و

۵ دارد  $6 = 2 \times 3$

۸ گزینه ۲) رقم چهارم = ۷  $\rightarrow$  تکرار ۵ رقم.

$\frac{7}{41} = 0.\overline{17073}$   $\frac{1394}{4} = 348.5$

۹ گزینه ۳) a باید مضرب ۳ باشد اما اگر مضرب ۱۰ باشد بعد از ساده شدن مخرج از بین می رود و حاصل یک عدد صحیح خواهد بود.

۱۰ گزینه ۳) گویا  $0 = \frac{0}{1}$  ،  $\sqrt{0/36} = 0/6$  ،  $\sqrt{1/44} = 1/2$

۱۱ گزینه ۳

۱۲ گزینه ۲)  $\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \rightarrow \frac{5}{20} < \frac{6}{20} < \frac{7}{20} < \frac{8}{20}$   
 $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

۱۳ گزینه ۳) هر عدد اعشاری که متناوب نباشد را یک عدد اصم گویند و عدد اعشاری متناوب یک عدد گویاست.

۱۴ گزینه ۱)  $\frac{133}{161} = \frac{19}{23}$

۱۵ گزینه ۱)  $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} = |\sqrt{5}-4| = 4-\sqrt{5}$

۱۶ گزینه ۳

۱۷ گزینه ۱)  $|2-\sqrt{5}| - |\sqrt{5}-2| = -(2-\sqrt{5}) - (\sqrt{5}-2)$

$= -2\sqrt{5}$

۱۸ گزینه ۲) گنگ  $\sqrt{2a+1} = \sqrt{2(2)+1} = \sqrt{5}$

۱۹ گزینه ۳)  $\frac{452}{594} = \frac{7}{9} \rightarrow a+b = 7+9 = 16$

۲۰ گزینه ۱)  $\sqrt{19}$  یک عدد گنگ و لذا یک عدد حقیقی است

۶  $\frac{23}{30} = \frac{15/3}{20} < \frac{33}{40} = \frac{16/5}{20} < \frac{43}{50} = \frac{17/2}{20}$

۴۳ از ۵۰ بهتر است

۷  $3/6 = \frac{36}{10} = \frac{360}{100} \times \frac{6}{6} = \frac{2160}{600}$

$3/59 = \frac{359}{100} \times \frac{6}{6} = \frac{2154}{600}$

$\frac{2154}{600} < \frac{2155}{600} < \frac{2156}{600} < \frac{2157}{600} < \frac{2158}{600} < \frac{2159}{600} < \frac{2160}{600}$

۸ گویا گنگ گویا گنگ گویا گنگ

۹ متناوب ۰/۲۸ (پ) متناوب ۱/۶۶ (ب) مختوم ۱/۶۰ (الف)

۱۰ متناوب (ت) مختوم (پ) متناوب (ب) متناوب (الف)

۱۱  $0/\bar{5}$  زیرا  $0/\bar{5555} < 0/\bar{555}$

۱۲  $n = 9$  زیرا باید عامل ۳ از مخرج حذف شود.

$\frac{4n}{45} = \frac{4 \times n}{3 \times 3 \times 5}$

۱۳  $\frac{47}{90} \times \frac{4}{4} = \frac{188}{360}$  زیرا  $\frac{188}{360}$

۱۴ زیرا  $\frac{55}{77}$

$\frac{65}{91} = \frac{5}{7} = \frac{5 \times x}{7 \times x} = \frac{5x}{7x} \rightarrow 5x + 7x = 132 \rightarrow x = \frac{132}{12} = 11$

۱۵

۱۶  $0/6 = 0/60$  و  $\frac{1}{3} = 0/66 \dots$  زیرا  $0/67$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۴۷

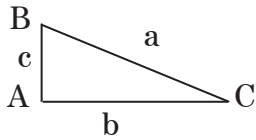
۱ گزینه ۳  $\frac{3}{5} = \frac{945}{1890}$  ،  $\frac{2}{7} = \frac{540}{1890}$

$\frac{2}{9} = \frac{420}{1890}$  ،  $\frac{5}{6} = \frac{1575}{1890}$

نکته: در میان کسره های کوچکتر از واحد کسرهایی که صورت از مخرج یک واحد کمتر است بزرگتر هستند.

۲ گزینه ۴  $\frac{1}{4} < \frac{1+2}{3+4} < \frac{2}{3} \rightarrow \frac{3}{7}$





۴ فرض:  $\hat{A} = 90^\circ$   
حکم:  $a^2 = b^2 + c^2$

حل تمرین صفحه ی ۵۹

۱  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C})$

$\hat{B}_1 + \hat{D}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow$

$\hat{O}_1 = 180^\circ - \hat{C}_1 - \hat{B}_1 = 180^\circ - (\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2})$

چون  $\hat{BDC} > \hat{A}$  پس  $180^\circ - (\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}) > 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C})$

۲  $\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_p &= 180^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_p &= 180^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_p &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow$

$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{A}_p + \hat{B}_p + \hat{C}_p &= 540^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_p + \hat{B}_p + \hat{C}_p = 360^\circ$

۳  $\left. \begin{aligned} \triangle ADE : \hat{A} + ADE &= 90^\circ \\ \triangle ABC : \hat{A} + ACB &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow ADE = ACB$

۴ الف) معتبر نیست: لوزی مربع نیست.

ب) معتبر است، زیرا رابطه برای هر نوع متوازی الاضلاع درست است. حتی در متوازی الاضلاعی با زاویه ۹۰ درجه ب) معتبر نیست در متوازی الاضلاع قطرها هم عمود نیستند.

حل تمرین صفحه ی ۶۱

۱  $\triangle AED : AE = AD \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}$

$\left. \begin{aligned} AE = AD \\ \hat{E} = \hat{D} \\ EB = CD \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AEB \cong \triangle ACD \Rightarrow AB = AC$   
مثلث ABC متساوی الساقین است.

۲  $\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_p \\ \hat{B} + \hat{M}_1 + \hat{A} = \hat{D} + \hat{M}_p + \hat{C} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{D}$

$\left. \begin{aligned} \hat{A} = \hat{D} \\ AM = MD \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_p \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABM \cong \triangle CDM \Rightarrow AB = CD$

۱ الف) a باید مضرب ۷ باشد و مضرب ۱۰ نباشد.  
ب) a مضرب ۷ نباشد.

۲  $\frac{2}{7} = \frac{26}{91} \rightarrow \frac{26}{91} < \frac{27}{91} < \frac{28}{91} \rightarrow \frac{27}{91} \times \frac{3}{3} = \frac{81}{273}$   
 $\frac{4}{13} = \frac{28}{91}$

۳  $\frac{5}{12} = 0.416 = \frac{416}{1000} \rightarrow \frac{416}{1000} < \frac{42}{100} < \frac{43}{100} < \frac{4375}{10000}$   
 $\frac{7}{16} = 0.4375 = \frac{4375}{10000}$

۴ الف) ۵  
ب) ۵

۵ ک. م. سه عدد ۸ و ۱۲ و ۱۶ یعنی عدد ۴۸ پاسخ مسئله است.

۶ الف)  $-2(\pi - 3\sqrt{3}) = -2\pi + 6\sqrt{3}$   
ب)  $2\sqrt{2} - \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} = 2\sqrt{2} - 2$

حل تمرین فصل ۳ صفحه ۵۵

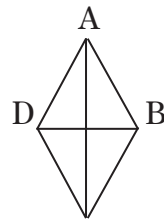
۱ استدلال در گزینه ب قابل اعتمادتر است.

در «الف و پ» استدلال بر مبنای مشاهده و مقیاس (استقرایی) است و در «ب» استدلال بر مبنای حقایق است پس «ب» قابل اعتمادتر است.

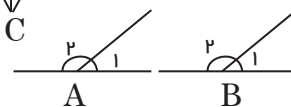
۲ BC ، خیر زیرا بر مبنای یک مشاهده ممکن است نتیجه گیری درست نباشد.

۳  $AC > BC$  بیش بینی: در هر مثلث ضلع رو به رو زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع رو به رو زاویه کوچک تر.

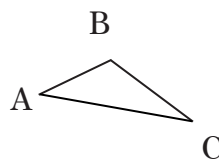
حل تمرین صفحه ی ۵۶



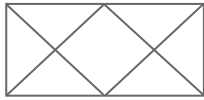
۱ فرض: چهار ضلعی ABCD لوزی است.  
حکم:  $AC \perp BD$



۲ فرض:  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$   
حکم:  $\hat{A}_p = \hat{B}_p$



۳ فرض:  $AC > BC$   
حکم:  $\hat{B} > \hat{A}$



۵ شکل مربع است.

$$\left. \begin{array}{l} AM = EM \\ \hat{A}MB = \hat{E}MF \\ BM = ME \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \hat{A}BM \cong \hat{E}FM \Rightarrow AM = EM$$

۶

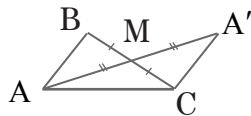
$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{D}_1 + \hat{A}DC = \hat{C}_1 + \hat{B}CD = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}DC = \hat{B}CD$$

۷

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ \hat{A}DC = \hat{B}CD \\ DC = DC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \hat{A}DC = \hat{B}CD \Rightarrow AC = BD$$

$$\left. \begin{array}{l} BM = MC \\ \hat{A}MB = \hat{A}'MC \\ AM = A'M \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \hat{A}MB \cong \hat{A}'MC$$

۸



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}' = \hat{C}' = 90^\circ \\ OB = OC \\ \hat{B}OC' = \hat{B}'OC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه}} \hat{O}BC \cong \hat{O}B'C' \Rightarrow \hat{O}B'C' = \hat{O}C'B'$$

۹

از طرفی مثلث OBC متساوی الساقین است. پس:  $\hat{O}BC = \hat{O}CB$   
لذا  $\hat{B} = \hat{C}$  بنا براین مثلث ABC متساوی الساقین است.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{P}AB + \hat{B}AD = 180^\circ \\ \hat{B}CQ + \hat{B}CD = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

۱۰

$$\left. \begin{array}{l} \hat{P}AB + \hat{B}AD + \hat{Q}CB + \hat{B}CD = 360^\circ \\ \hat{D} + \hat{B}AD + \hat{B} + \hat{B}CD = 360^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\hat{P}AB + \hat{Q}CB = \hat{B} + \hat{D}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{R}QS = \hat{R}SQ \\ \hat{T}US = \hat{U}ST \\ \hat{R}SQ + \hat{Q}SU + \hat{U}ST = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{R}QS + \hat{Q}SU + \hat{T}US = 180^\circ$$

۱۱

$$\Rightarrow 180^\circ - \hat{P}QS + \hat{Q}SU + 180^\circ - \hat{P}US = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{Q}SU + 180^\circ = \hat{P}QS + \hat{P}US$$

$$\hat{P} + \hat{P}QS + \hat{Q}SU + \hat{P}US = 360^\circ \quad \text{از طرفی}$$

$$110^\circ + \hat{Q}SU + 180^\circ + \hat{Q}SU = 360^\circ \Rightarrow 2\hat{Q}SU = 70^\circ \Rightarrow \hat{Q}SU = 35^\circ$$

$$AB = AC \Rightarrow \text{مثلث } ABC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \quad 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ CM = BN \\ \hat{B}NH' = \hat{C}MH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \hat{C}HM \cong \hat{B}H'N$$

$$\Rightarrow BH' = CH$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ BH' = CH \end{array} \right\} \Rightarrow AH' = AH \Rightarrow \text{مثلث } AHH' \text{ متساوی الساقین}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ BH = B'H' \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \hat{A}BH \cong \hat{A}'B'H' \rightarrow$$

۲

$$\hat{A}BH = \hat{A}'B'H' \xrightarrow{\hat{B}=\hat{B}'} AH = A'H', \hat{H}BC = \hat{H}'B'C'$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ BH = B'H' \\ \hat{H}BC = \hat{H}'B'C' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \hat{B}HC \cong \hat{B}'H'C' \Rightarrow HC = H'C'$$

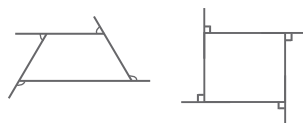
$$\left. \begin{array}{l} AC = A'C' \\ \hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ \\ AB = A'B' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \hat{A}BC \cong \hat{A}'B'C'$$

$$\hat{A}BC \cong \hat{P}QR, K = \frac{AC}{PR} = \frac{12}{6} = 2$$

الف) × (ب) × (پ) ✓ (ت) ✓ (ث) × (ج) × (چ) ×

۲ الف) داده های (ب) دوم (پ) فرض، حکم (ت) خارجی، غیر مجاورش (ث) مساوی (ج) متشابه

۳ الف) (ب)  $\hat{A}'C'$  (پ)  $\hat{C}$  (ت) BA



۴ ۳۶۰

بله

با مشاهده چند مثال خیر اما می توان ثابت کرد مجموع زاویه های خارجی هر چهار ضلعی محدب  $360^\circ$  است.

۱ گزینه ۲ ممکن است زاویه ها برابر نباشند.

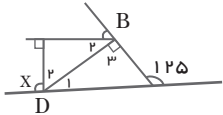
۲ گزینه ۱  $\hat{A}BD = 90^\circ$

خارجی  $\hat{A} = \hat{B}_p + \hat{D}_1 \rightarrow 125^\circ = 90^\circ + \hat{D}_1 \rightarrow \hat{D}_1 = 35^\circ$

$\hat{B}_p = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 50^\circ$

$\hat{D}_p = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$\hat{X} = 180^\circ - (35^\circ + 40^\circ) = 105^\circ$



۳ گزینه ۲  $OA^2 = p^2 - 1^2 = 3 \rightarrow OA = \sqrt{3}$

$\frac{p}{x} = \frac{\sqrt{3}}{1} \rightarrow x = \frac{p}{\sqrt{3}} = \frac{p \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{p\sqrt{3}}{3}$

۴ گزینه ۳ مجموع زاویه های خارجی هر مثلث  $360^\circ$  است.

۵ گزینه ۳ میانه وارد بر وتر نصف وتر است.

۶ گزینه ۴ قبلاً ثابت کردیم  $\hat{A}_p + \hat{B}_p = \hat{E}$

$\hat{B}_p = \hat{A}_1 + \hat{A}_p = 2\hat{A}_p + \hat{A}_p = 3\hat{A}_p \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_p = 3\hat{A}_p$

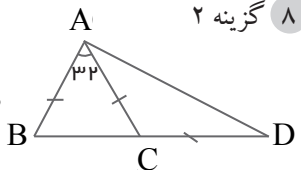
$\hat{A}_p = \hat{B}_1 + \hat{B}_p = 2\hat{B}_p + \hat{B}_p = 3\hat{B}_p \rightarrow \hat{A}_p = 3\hat{B}_p$

$\hat{A}_1 + \hat{A}_p + \hat{A}_p = 180^\circ \rightarrow 3\hat{A}_p + 3\hat{B}_p = 180^\circ$

$\rightarrow \hat{A}_p + \hat{B}_p = 60^\circ \rightarrow \hat{E} = 60^\circ$

۷ گزینه ۳  $\hat{MDN} = \frac{180^\circ - 58^\circ}{2} = \frac{122^\circ}{2} = 61^\circ$

۸ گزینه ۲  $B = C = \frac{180^\circ - 32^\circ}{2} = 74^\circ$



$\hat{ACD} = 180^\circ + 74^\circ = 106^\circ$

$\hat{ADC} = \frac{180^\circ - 106^\circ}{2} = \frac{74^\circ}{2} = 37^\circ$

۹ گزینه ۳

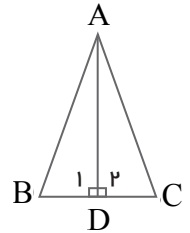
$\frac{3x+4}{2x+4} = \frac{3x+11}{2x+9} \rightarrow 6x^2 + 35x + 36 = 6x^2 + 34x + 44$

$\rightarrow x = 8$

۱۰ گزینه ۳  $\frac{6}{3} = \frac{y}{4} \rightarrow y = 8$   
 $\frac{6}{3} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{30}{3} = 10$   
 $\rightarrow xy = 8 \times 10 = 80$

۱۲ فرض: مثلث ABC متساوی الساقین است و AD نیمساز زاویه رأس A است.

حکم: AD میانه و ارتفاع و عمود منصف وارد بر قاعده BC است.



$\hat{B} = \hat{C}$   
 $AB = AC$   
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_p$   
 $\Rightarrow \hat{ABD} \cong \hat{ADC} \Rightarrow$

$\{ BD = DC \Rightarrow \text{AD میانه است}$   
 $\hat{D}_1 = \hat{D}_p \xrightarrow{\hat{D}_1 + \hat{D}_p = 180^\circ} \hat{D}_1 = 90^\circ \rightarrow \text{AD ارتفاع است}$

پس AD عمود منصف قاعده BC است.

۱۳ فرض: چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع و نقطه C روی پاره خط BE واقع است. حکم:  $AE = AB$

چون ABCD متوازی الاضلاع است پس  $\hat{D} = \hat{B}$  از طرفی

محاطی  $\hat{E} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2}$  لذا  $\hat{E} = \hat{B}$  بنابراین  $AE = AB$

۱۴ فرض: MT و MT' مماس های وارد بر دایره از نقطه M هستند.

حکم: OM نیمساز  $\widehat{TMT'}$  است. یعنی  $\hat{OMT} = \hat{OMT'}$  می دانیم مماس در نقطه تماس بر شعاع عمود است یعنی زاویه های OTM و OT'M قائمه هستند.

$OT = OT' = \text{شعاع}$   
 $OM$  مشترک  
 $\left. \begin{array}{l} \text{وتر و یک ضلع} \\ \text{مشترک} \end{array} \right\} \rightarrow$

$\hat{OMT} \cong \hat{OMT'} \Rightarrow \hat{OMT} = \hat{OMT'}$

۱۵  $x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow x = 5$

$\frac{a+1}{4} = \frac{a-1}{3} = \frac{2a-4}{5} \rightarrow 4a-4 = 3a+3 \rightarrow a = 7$

۱۶  $A = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

$A' = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, D' = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$A'B' = A'C' = B'C' = D'C' = \sqrt{5} \Rightarrow$  (ب)

$AB = AC = BC = DC = \sqrt{17}$

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{D'C'}{DC} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{17}}$

(پ) می توان ثابت کرد  $\hat{C} = \hat{C}' = 90^\circ$  پس دو شکل متشابه هستند.

۳ الف)

$$\widehat{ECD} = 60^\circ \rightarrow \widehat{ECD} + \widehat{ECA} = \widehat{ACB} + \widehat{ECA} \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{BCE}$$

$$\left. \begin{array}{l} AC = BC \\ \widehat{ACD} = \widehat{BCE} \\ CD = CE \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ACD \cong \triangle BCE$$

$$\widehat{BAF} + \widehat{ABF} + \widehat{AFB} = 180^\circ \rightarrow \quad \text{(ب)}$$

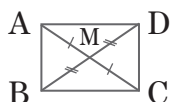
$$\triangle ACD \cong \triangle BCE \Rightarrow \widehat{FAC} = \widehat{FBC} \quad \text{در مثلث AFB داریم}$$

$$\widehat{BAC} + \widehat{CAF} + \widehat{ABF} + \widehat{AFB} = 180^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{BAC} + \widehat{FBC} + \widehat{AFB} + \widehat{AFB} = 180^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{AFB} = 180^\circ \rightarrow \widehat{AFB} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

۴ میانه وارد بر وتر BM را به اندازه خودش از طرف M ادامه می دهیم تا نقطه D به دست آید D را به C و A وصل می کنیم. در چهار ضلعی ABCD قطرهای یکدیگر را نصف کرده اند پس ABCD متوازی الاضلاعی با زاویه  $\widehat{B} = 90^\circ$  یعنی مستطیل است لذا قطرهای با هم برابرند یعنی  $BD = AC$  چون BM نصف BD است پس BM نصف AC است یعنی میانه وارد بر وتر نصف وتر است.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C} = \widehat{B} \\ AC = BD \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle AGC \cong \triangle DMB \rightarrow$$

$$MB = CG, \widehat{BMD} = \widehat{AGC} \rightarrow \widehat{EMG} = \widehat{EGM} \rightarrow$$

$$EM = GE \rightarrow EM + MB = CG + GE \rightarrow BE = CE$$

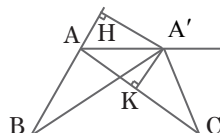
۶ روی نیم ساز  $\widehat{A}$  است در نتیجه  $\triangle AA'K \cong \triangle AA'H$

(به حالت وتر و یک ضلع) بنابراین:  $AH = AK$

$$\triangle A'BH: A'B > BH \Rightarrow A'B > AB + AH \xrightarrow{AH=AK}$$

$$A'B > AB + AK$$

$$\triangle AKC: A'C > KC$$



$$A'B + A'C > AB + AK + KC \Rightarrow A'B + A'C > AB + AC$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_p \\ \widehat{B} = \widehat{B}' = \frac{\widehat{AA'}}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle MAB \sim \triangle MA'B' \quad \text{(الف) ۷}$$

$$\frac{MA}{MA'} = \frac{MB}{MB'} \rightarrow MA \times MB' = MB \times MA' \quad \text{(ب)}$$

۱۱ گزینه ۱

$$\begin{aligned} \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ &\rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} \rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2} \\ \widehat{M} = 180^\circ - (\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1) &= 180^\circ - \left(\frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}\right) = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}\right) \\ &= 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2} \end{aligned}$$

۱۲ گزینه ۳

$$\widehat{A} + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ \rightarrow \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ - \widehat{A} \rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}$$

$$\begin{aligned} \widehat{B}_p &= \frac{180^\circ - \widehat{B}_1}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{B}_1}{2} \\ \widehat{C}_p &= \frac{180^\circ - \widehat{C}_1}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{C}_1}{2} \end{aligned} \rightarrow \widehat{B}_p + \widehat{C}_p = 180^\circ - \left(\frac{\widehat{B}_1}{2} + \frac{\widehat{C}_1}{2}\right)$$

$$M = 180^\circ - (\widehat{B}_p + \widehat{C}_p) = 180^\circ - \left[180^\circ - \left(\frac{\widehat{B}_1}{2} + \frac{\widehat{C}_1}{2}\right)\right] =$$

$$\frac{\widehat{B}_1}{2} + \frac{\widehat{C}_1}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}$$

۱۳ گزینه ۲

$$A + B_1 + C_1 = 180^\circ \rightarrow B_1 + C_1 = 180^\circ - A \rightarrow \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\widehat{N} = 180^\circ - (\widehat{NBC} + \widehat{BCN}) =$$

$$180^\circ - \left(\frac{\widehat{B}}{2} + \frac{180^\circ - \widehat{C}}{2} + \widehat{C}\right) = 90^\circ - \left(\frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}\right) =$$

$$90^\circ - \left(\frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}\right) = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}\right) = \frac{\widehat{A}}{2}$$

تمرین های تکمیلی صفحه ۷۲



۱ کایت

۲ مثلث ABC متساوی الساقین است  $\rightarrow AB = AC$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{C} \\ \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \end{array} \right\} \text{از طرفی} \rightarrow \widehat{B}_p = \widehat{C}_p \rightarrow BD = CD$$

$$\left. \begin{array}{l} BD = CD \\ B_1 = C_1 \\ AB = AC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABD \cong \triangle ACD$$

$$\frac{6 \times 3^{-50}}{3^{-50} + 3^{-50}} = \frac{2 \times 3^{-49}}{2 \times 3^{-50}} = 3^1 = 3$$

$$a^r < a^{-1} < \frac{1}{a^r} < \frac{1}{a^m}$$

۷

حل تمرین صفحه ی ۷۷

الف)  $81^{-6} = 27^{-8}$       ب)  $\sqrt{2^{200}} > \sqrt{3^0}$

پ)  $(\frac{1}{4})^3 > (\frac{1}{27})^2$       ت)  $10^{-7} < 10^{-5}$

ث)  $(\frac{5}{3})^{-8} = (\frac{5}{9})^{-8} > (\frac{5}{27})^{-8}$

ج)  $1/48 \times 10^{-5} < 1/49 \times 10^{-5} < 1/47 \times 10^{-5}$

حل تمرین صفحه ی ۷۷

الف)  $3^{x+x} = 3^7 \rightarrow 2+x=7 \rightarrow x=5$

ب)  $4^{x-2} = 4^3 \rightarrow x-2=3 \rightarrow x=5$

پ)  $(\frac{1}{2^3})^{-x} = (2^2)^x \rightarrow 2^3 = 2^{2x} \rightarrow x = \frac{3}{2}$

ت)  $2^{3x+6} = 2^{-6+4x} \rightarrow x=12$

ث)  $3^{-4x+12-2x} = 3^0 \rightarrow -6x+12=0 \rightarrow x=2$

ج)  $2^x(1+2^1+2^2) = 28 \rightarrow 2^x \times 7 = 28 \rightarrow 2^x = 4 \rightarrow x=2$

حل تمرین صفحه ی ۷۸

۱/  $0.2 \times 4 \times 10^2$

۱

الف)  $1/396 \times 10^6$       ب)  $4/521 \times 10$

۲

پ)  $8 \times 10^{-6}$       ت)  $1/0.2 \times 5 \times 10^{-3}$

الف)  $143000$       ب)  $0/0000000321$

۳

پ)  $0/0035401$       ت)  $1000100$

۴ الف)  $8/1 \times 10^2 = 810$       ب)  $8/\sqrt{3} \times 10^5 = 33333333$

الف)  $2/43 \times 10^2$       ب)  $2/625 \times 10^{-7}$

۵

پ)  $2/1 \times 10$       ت)  $2/3 \times 10^{13}$

الف)  $\rangle$       ب)  $=$       پ)  $=$       ت)  $\langle$

۶

۱ پ)  $(-2)^2$       ب)  $(\frac{1}{-2})^3$       الف)  $(\frac{1}{2})^3$

ج)  $2(\frac{1}{\pi})^3$       ث)  $(\frac{1}{\sqrt{7}})^5$       ت)  $2^3$

۲ پ)  $(-\frac{3}{2})^{-2}$       ب)  $(\frac{100}{25})^{-1} = 4^{-1}$       الف)  $a^{-2}$

ج)  $4^{-3}$       ث)  $(-\frac{1}{2})^{-3}$       ت)  $10^{-3}$

ج)  $\frac{1}{x^{-2}y^{-3}} = (\frac{1}{x})^{-2}(\frac{1}{y})^{-3}$       ح)  $-(-2)^{-2}$

۳ ب)  $625 + 25 = 650$       الف)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{17}{72}$

ت)  $16 + 64 = 80$       پ)  $\frac{1}{5^6} = \frac{1}{625}$

ج)  $\frac{25}{4} + \frac{25}{4} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$       ث)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4^3} = \frac{17}{64}$

حل تمرین صفحه ی ۷۵

۱ پ)  $3^4$       ب)  $(\frac{1}{3})^{-10} = 3^{10}$       الف)  $(\frac{1}{2})^{-5}$

ج)  $1$       ث)  $\frac{7^2 \times 5^2 \times 3^3}{2} = 105^2 \times \frac{3}{2}$       ت)  $\frac{3^9}{5^5}$

۲  $\frac{1}{4} \times 2^{-3} = 2^{-2} \times 2^{-3} = 2^{-5}$

۳ الف)  $(\frac{1}{x})^3$

ب)  $(3 \times 2^3) \times (2 \times 3^{-3}) = 2^6 \times 3^{-2} = \frac{2^6}{3^2} = (\frac{4}{3})^2$

پ)  $(\frac{1}{20})^2$       ت)  $4 \times 4^{-7} = 4^{-6}$

۴  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{x} = \frac{5}{2x}$

۵ الف)  $B = 3A$       ب)  $B = 2A$       ج)  $\frac{3A-A}{2A-A} = \frac{2A}{A} = 2$

۶  $A = 3^{-50}$  ,  $B = 3^{-48}$

حل تمرین صفحه ی ۷۹

- الف)  $\frac{3}{2}$  ب)  $+25$  ج) ریشه ندارد  
 د)  $\frac{\sqrt{5}}{a^2}$  ه)  $11$  ز)  $0/06$

حل تمرین صفحه ی ۸۰

- ۱)        
 ۲) الف)  $a^2$  ب)  $xy\sqrt{xy^2}$  ج)  $(-1) \times \frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$   
 د)  $\frac{b^2}{c}$  ه)  $\sqrt[3]{\frac{8b^3}{27a^6}} = \frac{2b}{3a^2}$

۳)  $\sqrt[3]{216} = 6$  طول ضلع مکعب

۴) خیر جواب صحیح ۵ می باشد  $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

- ۵) (شرط  $a, b > 0$ )  
 الف)  $\neq$  ب)  $=$   
 ج)  $\neq$  د)  $=$  (شرط  $a, b > 0$ )  
 ۶) الف)  $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$  ب)  $b < 0, a > 0$   
 ج)  $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = |a| + |b|$  د)  $b > 0, a > 0$   
 ه)  $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + |b|$  ز)  $b > 0, a < 0$   
 ح)  $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = |a| + b$  ط)  $b < 0, a < 0$

حل تمرین صفحه ی ۸۱

- الف)  $-2\sqrt{5}$  ب)  $\left| \frac{a-b}{(a+b)^3} \right|$   
 ج)  $-6\sqrt{18} = -18\sqrt{2}$  د)  $\sqrt[3]{1000} = 10$   
 ه)  $15\sqrt{a^3b^3} = 15ab$  ز)  $\sqrt[3]{\frac{27a^3}{125b^6}} = \frac{3a}{5b^2}$   
 ح)  $x^2 \sqrt[3]{\frac{1}{x^9}} = \frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}$  ط)  $\sqrt[3]{x \times |x| \times |x|} = \sqrt[3]{x|x|^2} = \sqrt[3]{x^3} = x$   
 د)  $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$  ه)  $\sqrt[3]{2+3\sqrt{2+2 \times 3}} = \sqrt[3]{2+3\sqrt{8}} = 2$

حل تمرین صفحه ی ۸۲

- ۱) الف)  $6\sqrt{6}$  ب)  $\sqrt[3]{2}$  ج)  $\sqrt{7}$  د)  $2\sqrt{5}$   
 ۲) الف)  $7\sqrt{6}$  ب)  $9\sqrt{3}$  ج)  $10\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{7}$  د)  $\sqrt{x}$   
 ه)  $2\sqrt{x} + 3\sqrt{xy}$  ز) ساده نمی شود.

حل تمرین صفحه ی ۸۲

- ۱) الف)  $2+3-4=1$  ب)  $-\sqrt{5}-2\sqrt{7}$   
 ج)  $5 \times 5\sqrt[3]{2} - 2 \times 3\sqrt[3]{2} + 7 \times 4\sqrt[3]{2} = 47\sqrt[3]{2}$   
 د)  $\frac{5}{7} + 2 \times \frac{3}{4} + 3 \times \frac{5\sqrt{5}}{6} = \frac{10+21+35\sqrt{5}}{14} = \frac{35\sqrt{5}+31}{14}$   
 ه)  $10xy\sqrt{2y} - 8x^2y^2\sqrt{2y} + 30\sqrt{2y} = (10xy - 8x^2y^2 + 30)\sqrt{2y}$

ج)  $4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2 = 2$   
 د)  $(2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{6}) \div \sqrt{6} = 4\sqrt{6} \div \sqrt{6} = 4$

- ۲) الف)  $14\sqrt[3]{9} + 18 - 7\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{15}$   
 ب)  $\sqrt{81} + \sqrt{135} = 9 + 3\sqrt{15}$   
 ج)  $32 - 12\sqrt{10} - 12\sqrt{10} + 45 = 77 - 24\sqrt{10}$   
 د)  $2\sqrt{16} - 6\sqrt{4} = 8 - 12 = -4$

حل تمرین صفحه ی ۸۳

- ۱) الف)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$  ب)  $\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$  ج)  $\frac{\sqrt{30}}{5}$   
 د)  $\frac{\sqrt[3]{5a^3}}{5a}$  ه)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$  ز)  $\frac{\sqrt[3]{6a^2}}{2a}$   
 ح)  $\frac{\sqrt{bc}}{bc}$  ط)  $\frac{\sqrt{2a}}{2a}$   
 د)  $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt[3]{25}}{5}$   
 ح)  $\frac{6}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

- الف)  $\frac{1}{3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 15\sqrt{2}} = \frac{-1}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{8}$   
 ب)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{-\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{-2}$

مخرج کسره به جای  $2\sqrt[3]{8}$  باید  $2\sqrt[3]{16}$  باشد

الف) ۲۴۷۱۰۰۰۰ ب) ۰/۰۰۰۰۳۲۵  
پ) ۰/۰۰۰۰۰۰۰۳۱ ت) ۷۵۰۰۰

الف) ۰/۰۶ ب) ۱۲x پ)  $\frac{y}{z}$  ت)  $4a^2b^3$

ث)  $-\sqrt[3]{6}$  ج)  $8\sqrt{5}$  چ)  $3\sqrt{a+b}$

ح)  $\frac{-7\sqrt{3}}{10}$  خ)  $-\sqrt{2} + 5\sqrt[3]{2}$  د)  $-2\sqrt{2} + 5$

ذ)  $21\sqrt{2}$  ر)  $3^{2x}$

$$a^{f^o} = 3a^{3^o} \rightarrow \frac{a^{f^o}}{a^{3^o}} = 3 \rightarrow a^{1^o} = 3 \rightarrow$$

$$(a^{1^o})^5 = 3^5 \rightarrow a^{5^o} = 243$$

$$x\sqrt[3]{x} = 16 \rightarrow x^3 \cdot x = 16^3 \rightarrow$$

$$x^4 = (16^3)^3 = (2^4)^3 \rightarrow x = 2^3 = 8$$

$$a^{\sqrt[3]{a^f}} = a^3 \rightarrow a^n \times a^f = (a^3)^n \rightarrow a^{n+f} = a^{3n} \rightarrow$$

$$3n = n + f \rightarrow n = 2$$

$$7 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 3000000 = 6/62256 \times 10^{13}$$

الف)  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$  ب)  $\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$  پ)  $\frac{-\sqrt{a+b}}{a+b}$

ت)  $\frac{a\sqrt[3]{b^2}}{b}$  ث)  $\frac{a\sqrt[3]{b}}{b}$  ج)  $\frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

چ)  $\frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ح)  $\frac{1}{5\sqrt[3]{6}} = \frac{\sqrt[3]{36}}{30}$

خ)  $\frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$$2 + |x-1| + x - |x| = 2 - x + 1 + x + x = 3 + x$$

$$16^{-3} = (4^2)^{-3} = 4^{-6}$$

$$(16)^{-3} = (2^4)^{-3} = (2^3)^{-4} = 8^{-4}$$

الف)  $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^x} \rightarrow x = 3$

ب)  $3^{3-2x} = 3 \rightarrow 3 - 2x = 1 \rightarrow x = 1$

پ)  $3^{15-2x} = 3^{2x} \rightarrow 15 - 2x = 2x \rightarrow x = 3$

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

$$\frac{15}{\sqrt{27} + \sqrt{12}} = \frac{15}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}} = \frac{15}{5\sqrt{3}} =$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\frac{6}{\sqrt[3]{4}} = \frac{6}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6\sqrt[3]{2}}{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

تمرین های آخر فصل صفحه ۸۵

× ✓

× ×

✓ ✓

✓ ×

✓ ×

× ✓

× ×

× ×

۲ الف) زوج، مضرب ۳ ب) دو برابر پ) ۱۰۰ متر

۳ الف)  $9^{-3}$ ،  $3^{-23}$ ،  $3^{-9}$ ،  $3^{-12}$  ب)  $25^{-6}$ ،  $5^{-12}$ ،  $5^{-19}$

۴ الف)  $\sqrt{3^{10}} = 3^5$  ب)  $\sqrt{yx^3}$  پ)  $-2x^{-3}$

۱۴ ت)  $(\sqrt{8})^2 = 8$  ث)  $3a^2b^2$  ج)  $\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{3}$

۵ الف)  $10^{-3} = 0/001$  ب)  $10^4 = 10000$

پ)  $3(10)^2 = 300$  ت)  $-10$  ج)  $\frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$

۱۶ چ)  $102400$  ح)  $\frac{1}{102400}$  خ) ۱

۶ الف)  $5/26 \times 10^7$  ب)  $7/81031 \times 10^3$

پ)  $3/05 \times 10^{-7}$  ت)  $3/96$  ث)  $3/6 \times 10^0$

ح)  $\frac{5/1 \times 10^7}{1/7 \times 10^{11}} = 3 \times 10^{-4}$  ج)  $1 \times 10^5$  ح)  $1/18 \times 10^6$

$$-\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(1-2)^2} = |-2| + |-1| = 2+1 = 3 \quad \text{گزینه ۳}$$

$$\frac{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{3 - \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{3+1}{\sqrt{3}}}{\frac{3\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} = \frac{4}{3\sqrt{3}-1} = 2 \quad \text{گزینه ۴}$$

$$\frac{|a+b|}{a+b} = \frac{-(a+b)}{a+b} = -1 \quad \text{گزینه ۵}$$

$$\frac{3^x \times 3(4^y)}{6^y} = \frac{3^y \times 4^y}{6^y} = \left(\frac{12}{6}\right)^y = 2^y \quad \text{گزینه ۶}$$

$$\text{گزینه ۷}$$

$$3^x(3+1) = 36 \rightarrow 3^x \times 4 = 36 \rightarrow 3^x = 9 \rightarrow x = 2$$

$$2^{x+1} - 2^x = 2^x - 2^x = 8 - 4 = 4$$

$$0/0 \circ 352 = 3/52 \times 10^{-3} \quad \text{گزینه ۸}$$

$$\begin{aligned} &(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) + \sqrt{54} \\ &= \sqrt{16} + \sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 2\sqrt{9} + \sqrt{9 \times 6} \\ &= 4 + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6 + 3\sqrt{6} = -2 \quad \text{گزینه ۹} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4 \quad \text{گزینه ۱۰}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

$$(x > 0) \quad \text{گزینه ۱۱}$$

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$$

$$\sqrt{x\sqrt{x}} = \sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{\frac{2}{36}} - 3\sqrt{\frac{2}{49}} - 6\sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{2}}{7} - \frac{6\sqrt{2}}{5} = 2 \quad \text{گزینه ۱۲}$$

$$\frac{35\sqrt{2} - 90\sqrt{2} - 252\sqrt{2}}{210} = \frac{-307\sqrt{2}}{210}$$

$$2/4 \times 0/000015 = 3/6 \times 10^{-6} \quad \text{گزینه ۱۳}$$

$$3 + 6 - 6 = 3$$

$$\text{ت) } \left(\frac{1}{5}\right)^{x-10} = (5^2)^{2x} \rightarrow 5^{-x+10} = 5^{4x} \rightarrow$$

$$-x+10 = 4x \rightarrow x = 2$$

$$\text{الف) } \frac{1}{4} \times 64^4 = \frac{1}{4} \times (4^3)^4 = 4^{11} \quad \text{۱۷}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{3}(9)^5 = \frac{1}{3}(3^2)^5 = 3^9 \quad \text{پ) } \frac{1}{2}(16^{\frac{n+1}{4}}) = \frac{1}{2}(2^{n+1}) = 2^n$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3^{n+1}} = \frac{1}{3^{n+2}} = 1 \rightarrow 3^{n+2} = 1 = 3^0 \rightarrow \quad \text{۱۸}$$

$$n+2=0 \rightarrow n=-2 \rightarrow 2^n = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$a = 3^{4x+2} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3^{4x+2}}{3^{4x+1}} = 3 \rightarrow a = 3b \quad \text{۱۹}$$

$$\text{الف) } \sqrt{13} + \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{13} + \sqrt{9} = \sqrt{16} = 4 \quad \text{۲۰}$$

$$\text{ب) } \sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{3+6}}} = \sqrt{3+2\sqrt{3+6}} = \sqrt{3+6} = 3$$

$$\text{پ) } \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}} = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}} = \sqrt{2\sqrt{4}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{ت) } \sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+5 \times 7}}}} = \sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4 \times 6}}}$$

$$= \sqrt{1+2\sqrt{1+3 \times 5}} = \sqrt{1+2 \times 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \rightarrow h = \frac{a\sqrt{5}}{2} \quad \text{الف) ۲۱}$$

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} \times h \times a = \frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} \times a = \frac{a^2\sqrt{5}}{4} \quad \text{ب) ۲۱}$$

$$\text{۲۲) (مساحت مثلث متساوی الاضلاع) } 6 \times \text{مساحت } 6 \text{ ضلعی منتظم}$$

$$= 6 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{الف) } > \quad \text{ب) } = \quad \text{پ) } < \quad \text{ت) } < \quad \text{۲۳}$$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۱۹

$$\sqrt{5\sqrt{25} + 2(5)} = \sqrt{25 + 50} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \quad \text{گزینه ۱}$$

$$\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{16 \times 3} = \quad \text{گزینه ۲}$$



$$\text{حجم} = \frac{512}{1000} = 0.512 \text{ متر مربع}$$

$$\rightarrow a^3 = 0.512 \rightarrow a = 0.8 = 8 \times 10^{-1} \text{ متر}$$

$$\text{الف) } 2^{x-1} = 5^{2x-2} \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ 2x-2=0 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

چون پایه ها مساوی نیستند پس توان مساوی صفر است ( $2^0 = 5^0 = 1$ )

$$\text{ب) } \frac{3^{5x-4}}{3^{2x-1} \times 3^x} = 4^{-x} \rightarrow 3^{3x-3} \times 4^{-x} = 4^{-x} \rightarrow$$

$$3^{3x-3} = 1 \rightarrow 3x-3=0 \rightarrow x=1$$

$$\text{پ) } v^{x+1} - v^x = 5^{2x+1} + 5^{2x} \rightarrow v^x(v-1) = 5^{2x}(5+1) \rightarrow$$

$$v^x \times 6 = 5^{2x} \times 6 \rightarrow v^x = 5^{2x} \rightarrow x=0$$

$$\sqrt{8a^2b^2} = 2\sqrt{2}a^2b^2 \rightarrow 2\sqrt{2}a^2b^2 \times 2\sqrt{2}ab = 8a^3b^3 \quad \text{۴}$$

باید در عبارت  $2\sqrt{2}ab$  ضرب شود.

$$\sqrt{a^3a} = \sqrt[3]{a^3} \cdot a = \sqrt[3]{a^6} = \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}} \quad \text{الف) ۵}$$

$$\frac{10}{\sqrt{2}} - (2\sqrt{18} - 2\sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{2}) =$$

$$\frac{10}{\sqrt{2}} - (6\sqrt{2} - 2\sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{2}) =$$

$$\frac{10\sqrt{2}}{2} - (5\sqrt{2} - \sqrt{6}) = \sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{6}$$

$$A = 5^{-x}$$

$$B = \left(\frac{1}{1000}\right)^x = \left(\frac{1}{125}\right)^x = (5^{-3})^x = (5^{-x})^3 \rightarrow B = A^3 \quad \text{۶}$$

$$A = (0.2)^{-5x} = 5^{5x} \rightarrow \frac{B}{A} = \frac{5^{3x+3}}{5^{5x}} = 5^{-2x+3} \rightarrow B = 5^{-2x+3} A$$

تمرین های دوره ای ۱ صفحه ی ۹۳

×

✓

۱

×

✓

ب) مثبت، خودشان، قرینه شان  
ت) منفی

۲ الف)  $B \subset A$   
پ) یک زاویه برابر

$$x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}} = \sqrt{1 + \sqrt{2}} \rightarrow x^2 = \quad \text{۱۴ گزینه ۲}$$

$$1 + \sqrt{2} \rightarrow x^2 = (1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$2^x = 27 = 3^3 \rightarrow x = 3 \rightarrow \sqrt{2^{\sqrt{x+1}}} = \sqrt{2^{\sqrt{3+1}}} = \sqrt{2^2} = 2 \quad \text{۱۵ گزینه ۱}$$

$$2^x = 27 = 3^3 \rightarrow x = 3 \rightarrow \sqrt{2^{\sqrt{x+1}}} = \sqrt{2^{\sqrt{3+1}}} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$2^x = 15^y = 3^y \times 5^y \rightarrow 3^y = \frac{2^x}{5^y} \rightarrow \quad \text{۱۶ گزینه ۲}$$

$$\frac{3^y}{2^{x+1}} = \frac{3^y}{2^x \times 2} = \frac{5^y}{2^x \times 2} = \frac{5^y}{2} = \frac{1}{2} (5^y)$$

$$36/1 \times 10^3 \times 0.003 \times 10^{-5} = \quad \text{۱۷ گزینه ۲}$$

$$0.1083 \times 10^{-2} = 1.083 \times 10^{-5}$$

$$81^3 \times (50 \times (\frac{3^{-2}}{5})^5)^3 = (\frac{81 \times 50}{45})^3 = \quad \text{۱۸ گزینه}$$

$$(\frac{81 \times 50}{45 \times 45 \times 45})^3 = (\frac{2}{45})^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{5\sqrt{32}}{\sqrt{20}}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 4\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{2\sqrt{10}} \quad \text{۱۹ گزینه}$$

$$\sqrt[3]{A} = \frac{2}{3} \rightarrow A = \frac{8}{27} \rightarrow \sqrt{A} = \sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{9} \quad \text{۲۰ گزینه ۳}$$

$$\sqrt[3]{A} = \frac{2}{3} \rightarrow A = \frac{8}{27} \rightarrow \sqrt{A} = \sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{9}$$

$$(1 - (\frac{a}{b})^{-2})a^2 = (1 - (\frac{b}{a})^2)a^2 = \quad \text{۲۱ گزینه ۱}$$

$$(\frac{a^2 - b^2}{a^2})a^2 = a^2 - b^2 = \sqrt{3^2} - \sqrt{2^2} = 3 - 2 = 1$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3} = \quad \text{۲۲ گزینه ۲}$$

$$(\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) \div \sqrt{3} = 8\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 8$$

تمرین های تکمیلی صفحه ۹۲

$$\left. \begin{aligned} a &= \sqrt[3]{\sqrt{2}} \rightarrow a^3 = \sqrt{2} \rightarrow (a^3)^2 = 2 \rightarrow a^6 = 2 \\ b &= \sqrt{\sqrt{2}} \rightarrow b^2 = \sqrt{2} \rightarrow (b^2)^3 = 2 \rightarrow b^6 = 2 \\ \rightarrow a^6 &= b^6 \rightarrow a = b \end{aligned} \right\} \quad \text{۱}$$

$-3y^f x$	✓	$-3$	$y^f x$
$\frac{-\sqrt{v}}{x^2}$	✓	$\frac{-\sqrt{v}}{2}$	$x^2$
$\frac{2}{-\sqrt{16x^f}}$	✓	$-4$	$x^2$
$\sqrt{x}$	×		
$5x^{-2}y$	×		

۲ پاسخ حسن و حسین نادرست است و پاسخ بقیه درست

حل تمرین صفحه ی ۹۷

درجه نسبت به تمام متغیرها	درجه نسبت به X و Y	درجه نسبت به Y	درجه نسبت به X	متغیرها	ضریب عددی	یک جمله ای
$2+1=3$	$2+1=3$	۱	۲	X و Y	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}x^2y$
۰	۰	۰	۰	ندارد	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$
$1+1=2$	$1+1=2$	۱	۱	X و Y	۱	xy

حل تمرین صفحه ی ۹۸

درجه نسبت به X و Y	درجه نسبت به Y	درجه نسبت به X	درجه هر یک از جمله ها نسبت به X و Y	چند جمله ای
۹	۵	۴	$3xy + 4x^2y^2 - vx^2y^2 + x^2y^5$	$3xy + 4x^2y^2 - vx^2y^2 + x^2y^5$
۶	۳	۳	$-vx^2y + \frac{4}{5}x^2y^2 + 3x^2y^3 - 5$	$-vx^2y + \frac{4}{5}x^2y^2 + 3x^2y^3 - 5$

حل تمرین صفحه ی ۹۹

۱) الف)  $3x^3 - 3x^2 + 5x + 4$  ب)  $-x^5 + x^4 + 2$

پ)  $vx^3 + 3x^2y - xy^2 + 4y^3$  ت)  $2x^4 + x^3 - 5x^2 - 2$

۲) الف)  $4x^3 + 4x^2 - x - 1$  ب)  $4x^2 - 1$

پ)  $4x^4 + 12x^3 + 9x^2 + 10x$  ت)  $4x^4 + 12x^3 - 13x^2 + 4$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۰

الف ✓ ب × پ ✓ ت ×

حل تمرین صفحه ی ۱۰۱

۱) الف)  $9x^2 + 6x + 1$  ب)  $\frac{25x^2}{4} - 10x + 4$

پ)  $a^f b^2 + 2a^3 b^3 + b^f a^2$  ت)  $4b^2 - 4b + 1$

ث)  $a^2 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$

۳ الف) گزینه ۲ ب) گزینه ۲

صورت سوال  $|2 - \sqrt{5}| - \sqrt{5}|1 - \sqrt{5}|$  است.

پ) گزینه ۳ ت) گزینه ۳ ث) گزینه ۱

۴  $\{3, 6, 7, 8, 9, 10\}$

۵  $A - B = \{1, 9\} \rightarrow \emptyset, \{1\}, \{9\}, \{1, 9\}$

۶ الف)  $\left| \frac{25-10}{8} \right| = \left| \frac{15}{8} \right| = \frac{15}{8}$

ب)  $x = 3^{pk+1}, y = 3^{pk+2} = 3 \times 3^{pk+1} \rightarrow y = 3x$

۷  $\frac{2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$  ،  $\frac{8}{20} < \frac{9}{20} < \frac{10}{20} < \frac{11}{20} < \frac{12}{20}$   
 الف)  $\frac{2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{20}$

ب)  $\sqrt{5}, \sqrt{5/5}, \sqrt{6}, \sqrt{6/5}, \sqrt{7}$

۸  $PR = PE$  پس  $\hat{P}RE = \hat{P}ER$  پس مکمل های آنها هم

مساویند. یعنی  $\hat{P}RQ = \hat{R}EF$

$\left. \begin{matrix} PR = EF \\ \hat{P}RQ = \hat{R}EF \\ QR = RE \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \hat{P}QR \cong \hat{R}EF$

۹  $\frac{3}{x+2} = \frac{5}{2x+2} = \frac{7}{3x+2} \rightarrow 6x+6 = 5x+10 \rightarrow x=4$

۱۰ الف)  $2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5} - \sqrt{2}$

ب)  $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}} = 6$

۱۱  $A = 6/3 \times 10^9$

حل تمرین فصل ۵ صفحه ۹۶

عبارت حرفی	ضریب عددی	یک جمله ای	عبارت
	$\sqrt{3}$	✓	$\sqrt{3}$
$\frac{ab}{x}$		×	

الف)  $x^2 - 8x + 15$

ب)  $\frac{x^2}{25} + \frac{2x}{5} - 3$

پ)  $4x^2 - 8x - 4$

ت)  $1 + (-x + y) - xy$

ث)  $y^2 + 7y + 12$

ج)  $x^2 - x - 20$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۴

الف)  $(x-1)(x-8)$

ب)  $(x+y)(x+2y)$

پ)  $(x-5)(x+2)$

ت)  $-(x-2)(x-8)$

ث)  $(x+4)(x-1)$

ج)  $x(x+6)(x-4)$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۵

الف)  $x < y$

ب)  $y < 5, x < 5$

پ)  $x > y$

ت)  $x > y$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۶

الف)  $x \leq y - 4, x \in \mathbb{Z}$

ب)  $\frac{x}{x+1}, x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1$

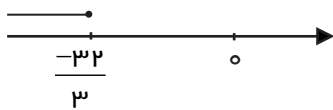
۲ الف) سه برابر عددی کمتر از ۵ است.  
ب) دو برابر عددی کمتر از مجموع آن عدد با یک است.  
پ) مجموع عددی با یک بین -۲ و ۵ قرار دارد.

۳ الف)  $\frac{x}{2} > -5$  ب)  $-x \geq 8$

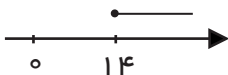
پ)  $|x| \geq x$  ت)  $x = 3y + 2$ ,  $x$  سن پدر و  $y$  سن پسر

حل تمرین صفحه ی ۱۰۸

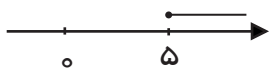
۱ الف)  $9x + 4 \geq 12x + 36 \rightarrow -3x \geq 32 \rightarrow x \leq \frac{-32}{3}$



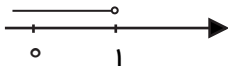
ب)  $6x - 9 \geq 5x + 5 \rightarrow x \geq 14$



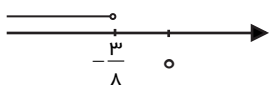
پ)  $5x - 3 - 2x \geq 12 \rightarrow 3x \geq 15 \rightarrow x \geq 5$



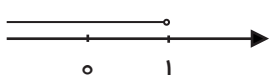
ت)  $-2x > -2 \rightarrow x < 1$



ث)  $x - 3 > 9x \rightarrow -8x > 3 \rightarrow x < -\frac{3}{8}$



ج)  $2x^2 + 2x - 7 < 2x^2 - 5x \rightarrow 7x < 7 \rightarrow x < 1$



الف)  $(a+b)^2, c^2, 2ab, b^2, 2bc$  ب)  $2ab$

پ)  $1, b^2$  ت)  $a^2, 2, a^2, \frac{1}{a^2}$

ث)  $x, 4, 8x$  ج)  $a^2x^2, 9$

چ)  $x^2, 2x^2yz, y^2z^2$  ح)  $1, 1000000, 1$

خ)  $1, 10000, 200$

۳  $(x + \frac{1}{x})^2 = 3^2 \rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۲

الف)  $3y^3(2x+3)$

ب)  $(2a+3b)(2x-5)$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۲

الف)  $(2x+5)^2$  ب)  $(3a^2-2)^2$  پ)  $(x+4)^2$

ت)  $-(x+1)^2$  ث)  $(2x+5y)^2$  ج)  $(\frac{a}{4}-3)^2$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۳

الف)  $9x^2 - 4$  ب)  $0/0, 1x^2 - 4$

پ)  $3 - 8 = 5$  ت)  $\frac{x^2}{4} - y + 3$

ث)  $a^2 - b^2$  ج)  $(2-4b^2)^2 - a^2 = 4 - 16b^2 + 16b^4 - a^2$

چ)  $16a^2 - b^4$

ح)  $(60+1)(60-1) = 60^2 - 1^2 = 3600 - 1 = 3599$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۳

الف)  $(2y-5)(2y+5)$  ب)  $(1-a-4b^2)(1-a+4b^2)$

پ)  $36y^2 - 9x^2 = (6y-3x)(6y+3x)$

ت)  $((x-y)-(x+y))((x-y)+(x+y)) = -2y \times 2x = -4xy$

ث)  $(2x-9)(2x+9)$

ج)  $(x^2-1)(x^2+1) = (x-1)(x+1)(x^2+1)$

حل تمرین صفحه ی ۱۰۴

۱ (جمله غیر مشترک + جمله مشترک) (جمله غیر مشترک + جمله مشترک)  
= مربع جمله مشترک + حاصل ضرب جمله مشترک در جمع جبری  
جمله های غیر مشترک + حاصل ضرب جمله های غیر مشترک

د)  $(x^r - 1)(x^r + 1) = x^r - 1$     ذ)  $4x^r - 4xy + y^r$

ر)  $x + 2\sqrt{x} + 1$

ز)  $[ (\sqrt{15} - \sqrt{14})(\sqrt{15} - \sqrt{14}) ]^{1^0} = (15 - 14)^{1^0} = 1^0 = 1$

س)  $(\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x})^r = 2-x - 2\sqrt{(2-x)(2+x)} + 2+x = 4 - 2\sqrt{4-x^2}$

ش)  $(\frac{5}{1-4/9})(\frac{5}{1+4/9}) = \frac{5}{2} \times 10 = 25$

ص)  $\sqrt{(26-10)(26+10)} = \sqrt{16 \times 36} = 4 \times 6 = 24$

الف)  $(2a-b)(x+y)$     ب)  $\sqrt{xy}(\frac{5}{x^2} + 1)(x-9)$     ۸

پ)  $x^r(x-4)(x+4)$     ت)  $3x(x^r + 4y^r)(x+2y)(x-2y)$

ث)  $x(2x-1)^r$     ج)  $-(x-5)^r$

چ)  $(3x-4)(3x-5)$

ح)  $(x-6y)^r - 64 = (x-6y+8)(x-6y-8)$

الف)  $x^r + y^r = (x+y)^r - 2xy = 5^r - 2(3) = 25 - 6 = 19$

ب)  $|x-y|^r = x^r - 2xy + y^r = (x^r + y^r) - 2xy =$

$19 - 6 = 13 \rightarrow |x-y| = \sqrt{13}$

$(x - \frac{1}{x})^r = 3 \rightarrow x^r + \frac{1}{x^r} - 2 = 3 \rightarrow x^r + \frac{1}{x^r} = 5$     ۱۰

الف)  $(x + \frac{1}{x})^r = x^r + \frac{1}{x^r} + 2 = 5 + 2 = 7$

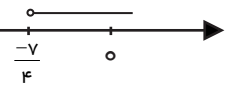
ب)  $x^r - \frac{1}{x^r} = (x - \frac{1}{x})(x + \frac{1}{x}) = 3 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

$(x+y)^r - (x-y)^r = (\sqrt{3})^r - (\sqrt{2})^r \rightarrow 4xy = 1 \rightarrow xy = \frac{1}{4}$     ۱۱

$(x+y)^r + (x-y)^r = (\sqrt{3})^r + (\sqrt{2})^r \rightarrow$

$2x^r + 2y^r = 5 \rightarrow 2(x^r + y^r) = 5 \rightarrow x^r + y^r = \frac{5}{2}$

الف)  $x^r - x - 2 < x^r + 7x + 12 \rightarrow -8x < 14 \rightarrow$

$x > \frac{14}{-8} \rightarrow x > \frac{-7}{4}$     

ب)  $6x - 4x \geq 3x - 3 \rightarrow -x > -3 \rightarrow x \leq 3$



	a > 0 b > 0	a > 0 b < 0	a < 0 b > 0	a < 0 b < 0
ab^r > 0	✓	✓	✗	✗
$\frac{a}{b^r} < 0$	✗	✗	✓	✓
a^r b < 0	✗	✓	✗	✓

تمرین های آخر فصل صفحه ۱۰۹

- ✓   ✗   ✗   ✓   ✓   ✗   ۱

الف)  $(\sqrt{x} + 2)^r = x + 4\sqrt{x} + 4$     ۲

ب)  $(xy^r + 4)(xy^r - 4) = x^r y^r - 16$

پ)  $(x+5)(x-2) = x^r + 3x - 10$

ت)  $(3x-1) = 9x^r - 6x + 1$

الف)  $x = 0$  درجه بر حسب  $y = 3$ ، درجه بر حسب  $x = 0$     ۳

$3 =$  درجه بر حسب کل متغیرها

ب)  $3 =$  درجه بر حسب  $y$ ،  $3 =$  درجه بر حسب  $x$

$4 = 3 + 1 =$  درجه بر حسب کل متغیرها

الف)  $\pi a^r - a\sqrt{2}$     ب)  $4a^r - \pi a^r$     ۴

الف)  $2x^r + x^r - 10x^r - 2$     ب)  $x^r y + 2xy^r + y^r$     ۵

الف)  $-6ax$     ب)  $-50 \times x^0$     پ)  $-2x^r y^r z^r$     ۶

ت)  $-15a^r b^r$     ث)  $2x^r - 2y^r$     ج)  $x^r + 2iy$

چ)  $2x^r y - 4x^r y^r$     ح)  $-a^r x - 3x + a^r$

خ)  $6x^r - x - 12$     د)  $a^r b - 2ab^r + ab + 2b^r$

الف)  $x^r + 2 + \frac{1}{x^r}$     ب)  $18x^r + 8$     ۷

پ)  $(\sqrt{12} + \sqrt{2})(\sqrt{8} - \sqrt{3}) = 4\sqrt{6} - 6 + 4 - \sqrt{6} = -2 + 3\sqrt{6}$

ت)  $a^r - a^r b^r$

ث)  $(x + \frac{1}{x})^r - 1 = x^r + 2 + \frac{1}{x^r} - 1 = x^r + \frac{1}{x^r} + 1$

ج)  $9 - 8 = 1$     چ)  $a^r b^r - 2ab - 15$     ح)  $x^r + 1 - \frac{2}{x^r}$

خ)  $(100-1)(100-2) = 10000 - 2000 + 2 = 9702$

$$(x^r - y^r)^r = x^r - r x^r y^r + y^r$$

گزینه ۸

$$(x+1)(x^r+1)(x^r+1) =$$

گزینه ۹

$$\frac{(x-1)(x+1)(x^r+1)(x^r+1)}{(x-1)} = \frac{(x^r-1)(x^r+1)(x^r+1)}{(x-1)}$$

$$= \frac{(x^r-1)(x^r+1)}{x-1} = \frac{x^r-1}{x-1}$$

$$(10^r)^r - (9^r)^r = (1000+r)^r - (1000-r)^r$$

گزینه ۴

$$(10^r)^r - (9^r)^r = (10^r - 9^r)(10^r + 9^r)$$

$$(a+b+c)^r = (a+b)^r + (a+c)^r \Rightarrow$$

گزینه ۱۱

$$a^r + b^r + c^r + r ab + r ac + r bc = a^r + b^r + r ab + r ac + c^r \rightarrow r bc = a^r$$

گزینه ۱۲

$$(1-\sqrt{r})^r - r|1-\sqrt{r}| = 1 - r\sqrt{r} + r + r - r\sqrt{r} = 5 - 4\sqrt{r}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 9 \rightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^r = 9 \rightarrow$$

گزینه ۱۳

$$\frac{x^r}{y^r} + r\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y^r}{x^r} = 9 \rightarrow$$

$$\frac{x^r}{y^r} + r + \frac{y^r}{x^r} = 9 \rightarrow \frac{x^r}{y^r} + \frac{y^r}{x^r} = 7$$

گزینه ۱۴ در کسر بزرگتر از واحد (با شرط صفر نشدن مخرج) صورت از مخرج بزرگتر است.

$$r > 7 - x \rightarrow x > 7 - r \rightarrow x > 5, x - 7 \neq 0 \rightarrow x = 7$$

$$-1 < \frac{5-3x}{r} < r \xrightarrow{\times r}$$

گزینه ۱۵

$$\frac{r}{3} > x > \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{r}{3}$$

تمرین های تکمیلی صفحه ۱۱۴

$$199^r - 18^r = (199-18)(199+18) = 181 \times 217$$

۱

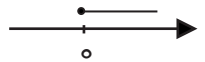
عدد ۲۱۷ بر ۳۱ بخش پذیر است پس ۱۹۹<sup>r</sup> - ۱۸<sup>r</sup> بر ۳۱ بخش پذیر است.

$$(b-a)^r = a^r + b^r - r ab \rightarrow r^r = 14 - r ab \rightarrow r ab = 10$$

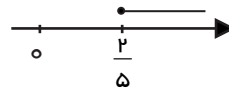
۲

$$(a+b)^r = a^r + b^r + r ab = 14 + 5 = 19 \rightarrow a+b = \sqrt{19}$$

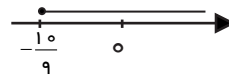
۳

ب)  $-8x \leq x \rightarrow -9x \leq 0 \rightarrow x \geq 0$  

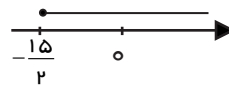
ت)  $\frac{x}{r} \geq -2x + 1 \rightarrow x \geq -4x + 2 \rightarrow 5x \geq 2 \rightarrow x \geq \frac{2}{5}$



ث)  $4x + 4 \geq \frac{x}{r} - 1 \rightarrow 8x + 8 \geq x - 2 \rightarrow 9x \geq -10 \rightarrow x \geq -\frac{10}{9}$



ج)  $8x + 6x + 6 > 12x - 9 \rightarrow 2x \geq -15 \rightarrow x \geq -\frac{15}{2}$



۱۳ الف)  $x > x^r$  ب)  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 2x - 5$

۱۴ الف) اعداد بین صفر و یک از مربع خودشان بزرگترند.

ب)  $0 < x < 1$  

ب) معادله است.  $4x + 3x = 24x - 60 \rightarrow -17x = -60 \rightarrow x = \frac{60}{17}$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۱۱۲

۱ گزینه ۳  $2x^3 y \rightarrow y$ , درجه نسبت به x = 3 + 1 = 4

۲ گزینه ۱  $4x^r - 6x + \frac{1}{4} + r = 4x^r - 6x + \frac{9}{4} = (2x - \frac{3}{2})^r$

۳ گزینه ۲  $a(a+r) + 4b(b+1) + 4ab =$

$$a^r + ra + 4b^r + 4b + 4ab = (a^r + 4ab + 4b^r) + (ra + 4b)$$

$$= (a+2b)^r + r(a+2b) = 3^r + r(3) = 14$$

۴ گزینه ۴  $(2x+3y)^r - (2x-3y)^r =$

$$4x^r + 12xy + 9y^r - 4x^r + 12xy - 9y^r = 24xy$$

۵ گزینه ۱  $x^r - 2x^r + 1 = (x^r - 1)^r = ((x-1)(x+1))^r = (x-1)^r (x+1)^r$

۶ گزینه ۳  $(1-x)(1+x)(1+x^r)(1+x^r)(1+x^r) =$

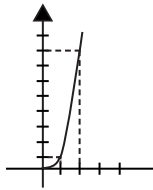
$$(1-x^r)(1+x^r)(1+x^r)(1+x^r) = (1-x^r)(1+x^r)(1+x^r)$$

$$= (1-x^r)(1+x^r) = 1-x^{2r}$$

۷ گزینه ۴  $a(a+r) = a^r + ra$

$$(a^r + ra) + (a+r) = a^r + ra + r = (a+r)^r$$

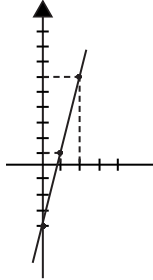
X (سانتی متر)	0	1	2	3	4
Y (سانتی مترمکعب)	0	1	8	27	64



خیر روی یک خط راست واقع نیستند.  $y = x^3$

حل تمرین صفحه ی ۱۱۸

$$\begin{cases} x=0 \\ y=-4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$$



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

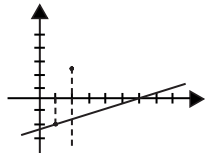
حل تمرین صفحه ی ۱۱۹

الف)  $y = -x$     ب)  $y = \frac{10}{3}x$     پ)  $y = \frac{1}{3}x$

حل تمرین صفحه ی ۱۱۹

$$2 - 2(3) = -4 \neq 5$$

$$1 - 2(-2) = 1 + 4 = 5$$



نقطه  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  روی خط قرار ندارد و نقطه  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  روی خط واقع است.

$$y = -2(-5) - 7 = 10 - 7 = 3 \rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$(2-k)(-1) + 3(-2) = 4 - 2k \rightarrow 3k = 12 \rightarrow k = 4$$

$$3(2t-1) - 4(3t-4) = 1 \rightarrow 6t - 3 - 12t + 16 = 1$$

$$\rightarrow -6t = 20 \rightarrow t = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{نقطه برخورد با محور } y \text{ ها}$$

$$y = 0 \rightarrow x = -\frac{2}{3} \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{نقطه برخورد با محور } x \text{ ها}$$

۲

$$(a^r + b^r)(a^r - a^r b^r + b^r) - b^r =$$

$$a^r - a^r b^r + a^r b^r + a^r b^r - a^r b^r + b^r - b^r = a^r = 1000$$

چون  $(x-2)^2 \geq 0$  پس باید  $x-2 \neq 0$  یا  $x \neq 2$  و  $3x-1 > 0$

$$3x-1 > 0 \rightarrow 3x > 1 \rightarrow x > \frac{1}{3}, \quad x \neq 2$$

۱

$$a^5 = a^r \times a = (a+3)^r \times a = (a^r + 6a + 9)a =$$

$$a^r + 6a^r + 9a = (a^r + 9a) + 6a^r = a(a^r + 9) + 6a^r =$$

$$a(a+3+9) + 6(a+3) = a^r + 12a + 6a + 18 =$$

$$a^r + 18a + 18 = a + 3 + 18a + 18 = 19a + 21$$

۲

$$\text{الف) } (7x + 3y - 4z - 5)(7x - 3y + 4z + 5)$$

$$\text{ب) } 9y^2 - (x^2 - 4x + 4) = 9y^2 - (x-2)^2 =$$

$$(9y + x - 2)(9y - x + 2)$$

$$\text{پ) } x^2 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 4x^2 + 4) - 4x^2 =$$

$$(x+2)^2 - 4x^2 = (x+2-2x)(x+2+2x) =$$

$$(2-x)(2+3x)$$

$$\text{ت) } (2^x)^x - 2^x \times 2 \times x + x^2 = (2^x)^r - 2(2^x \times x) + x^2 = (2^x + x)^r$$

۱

$$(\sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{12} + \sqrt{24})^2 = (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \rightarrow$$

$$6 + \sqrt{8} + \sqrt{12} + \sqrt{24} = 1 + 2 + 3 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

$$6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} = 6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

چون مربع دو عدد مثبت با هم برابر است پس خود آن دو عدد با هم برابرند.

۲

$$(a-1)^2 \geq 0 \rightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad \begin{matrix} \text{تقسیم بر} \\ a > 0 \end{matrix}$$

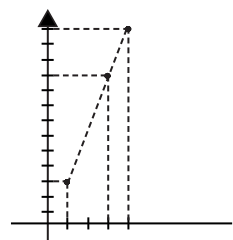
$$a - 2 + \frac{1}{a} \geq 0 \rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$$

حل تمرین فصل ۶ صفحه ۱۱۷

۱ نقاط به دست آمده روی یک خط راست قرار دارند.

$$x \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$y = 3x$$



حل تمرین صفحه ی ۱۲۵

۱  $y = -۳$

۲  $x = -۵$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۵

۱  $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{۳ - ۱}{۱ - ۰} = ۲ \rightarrow y = ۲x + ۱$

۲  $a = -\frac{۴}{۳} \rightarrow y = -\frac{۴}{۳}x$

۳  $a_{AB} = \frac{۲ - (-۱)}{۰ - ۳} = -۱$       $a_{BC} = \frac{-۵ - ۲}{-۱ - ۰} = ۷$

۴ الف)  $y = x$      ب)  $y = -x$

۵  $a = ۰ \rightarrow y = ۰$

۶ الف)  $a = \frac{۵ - ۴}{۲ - ۲} = \text{ت}$       $\rightarrow x = ۲$

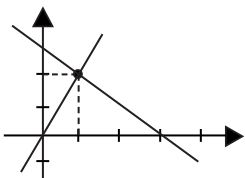
ب)  $a = \frac{۵ - ۵}{۲ - ۱} = ۰ \rightarrow y = ۵$

پ) اگر دو نقطه با طول های برابر روی یک خط واقع باشند معادله خط به صورت «مقدار یکسان = X» است و اگر دو نقطه با عرض های یکسان روی یک خط باشند معادله خط بصورت «مقدار یکسان = Y» خواهد بود.

۷  $a = \frac{m + ۳ - (-۳)}{۲ - (۲ - m)} = -\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{m + ۶}{m} = -\frac{۱}{۲} \rightarrow$

$۲m + ۱۲ = -m \rightarrow ۳m = -۱۲ \rightarrow m = -۴$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۷



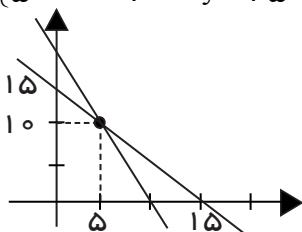
۱  $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$

۲  $\begin{cases} x + y = ۱۵ \\ ۵۰۰۰x + ۲۰۰۰y = ۴۵۰۰۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = ۱۵ \\ ۵x + ۲y = ۴۵ \end{cases}$

$۳x = ۱۵ \rightarrow x = ۵$

$y = ۱۰$

۵ سکه ۵۰۰۰ ریالی و  
۱۰ سکه ۲۰۰۰ ریالی



حل تمرین صفحه ی ۱۲۱

الف)  $y = ۵x - ۷$      ب)  $۳x - ۴y = ۷$      ۱

$= -۷$  عرض از مبدأ      $= \frac{-۷}{۴}$  عرض از مبدأ

$= ۵$  شیب      $= \frac{۳}{۴}$  شیب

۲  $۱۲x - ۸y = ۵x - ۱ \Rightarrow y \rightarrow ۷x + ۲y = ۰ \rightarrow$  شیب  $= \frac{-۷}{۲}$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۱

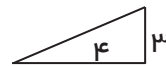
الف)  $y = -۲x - ۱$      ب)  $y = x + ۱$      ۱

پ)  $y = \frac{۲}{۳}x - ۱$      ت)  $y = ۵x$

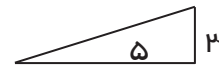
۲  $\frac{-(m+۱)}{m} = \frac{-۳m}{۱+۳m} \rightarrow m + ۳m^2 + ۱ + ۳m = ۳m^2$

$\rightarrow ۴m = -۱ \rightarrow m = -\frac{۱}{۴}$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۲



شیب  $= \frac{۳}{۴}$



شیب  $= \frac{۳}{۵}$

۲  $\frac{۵}{x} \rightarrow x^2 = ۲۵ - ۱۶ = ۹ \rightarrow x = ۳ \rightarrow$  شیب  $= \frac{۴}{۳}$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۲

الف)  $y = \frac{۲}{۳}x - ۲$

ب)  $y = -\frac{۴}{۷}x$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۳

$a = ۴ \rightarrow y = ۴x + ۲$   
 $b = ۲$

$a = -۲ \rightarrow y = -۲x$   
 $b = ۰$

حل تمرین صفحه ی ۱۲۴

الف) عمود     ب) مثبت     پ) سوم  
ت) X ها     ث) مبدأ مختصات

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x+4y=86 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x-2y=-50 \\ 2x+4y=86 \end{cases}$$

7 موتور و 18 ماشین  $2y=36 \rightarrow y=18, x=7$

$$x = y + 10$$

سن مریم  $x+2=2(y+2) \rightarrow y+10+2=2y+4 \rightarrow y=8$   
سن زهرا  $x=18$

تمرین های آخر فصل صفحه ی 130

✓ × × ✓ ✓ × × ✓ 1

2 الف) شیب، عرض از مبدأ (ب) y ها  
پ) موازی (ت) صفر، b، محور x ها

3  $y = \frac{1}{x^2}$  غیر خطی  $y = 2x + 3$  خطی

$$b = -3, \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow 0 = a(5) - 3 \rightarrow a = \frac{3}{5} \rightarrow y = \frac{3}{5}x - 3$$

$$(2x+2)(3x+2) = \frac{4x(3x+5)}{2} \rightarrow$$

$$6x^2 + 10x + 4 = 6x^2 + 10x \rightarrow 4 = 0$$
 غیر ممکن

(به ازاء هیچ مقدار x مساحت مثلث و مستطیل برابر نمی شوند)

$$6$$
 الف)  $y = 5x + 9$  ب)  $y = 1$

$$7$$
  $a = -1, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow y = -x + 2$

$$8$$
 الف)  $\frac{2x-2+2x+2x+2}{2} = 36 \rightarrow 6x = 72 \rightarrow x = 12$

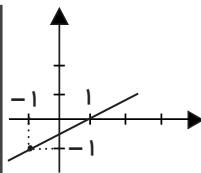
24, 26, 28

$$9$$
 ب)  $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 1 \xrightarrow{\times 12}$

$$12x = 6x + 4x + 3x + 12 \rightarrow x = -12$$

$$9$$
  $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \xrightarrow{\times 4}$

$$4x + 4x + 2x + x + 4 = 400 \rightarrow 11x = 396 \rightarrow x = 36$$



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

3 الف)

ب)  $2x - 4y = 2$   
ج) برهم منطبق هستند.

حل تمرین صفحه ی 128

$$\text{الف)} \begin{cases} 45x + 18y = 36 \\ -22x - 18y = +10 \end{cases}$$


---


$$23x = 46 \rightarrow x = 2, y = -3$$

$$\text{ب)} \begin{cases} 2x + 4y = 12 \\ -2x + \frac{3}{2}y = 10 \end{cases}$$

$$\frac{11}{2}y = 22 \rightarrow y = 4, x = -2$$

$$\text{پ)} \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 1 \\ -2x - 4y = -8 \end{cases}$$

$$-3y = -7 \rightarrow y = \frac{7}{3}, x = \frac{-2}{3}$$

حل تمرین صفحه ی 129

$$1$$
 الف)  $x - \frac{2x-2}{2} = 1 \rightarrow 2x - 2x + 2 = 2 \rightarrow 2 = 2$   
همواره برقرار است بنابراین معادله بی شمار جواب دارد.

$$\text{ب)} y = 4x + 5 \rightarrow 2x + 3(4x + 5) = 1 \rightarrow 2x + 12x + 15 = 1$$

$$\rightarrow 14x = -14 \rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 4(-1) + 5 = 1$$

$$\text{پ)} x = \frac{5y+11}{3} \rightarrow 4 \left( \frac{5y+11}{3} \right) + 3y = 5 \rightarrow$$

$$\frac{20}{3}y = -\frac{29}{3} \rightarrow y = 1, x = \frac{5 \times 1 + 11}{3} = \frac{16}{3}$$

$$2$$
  $\begin{cases} 3x + 2y = 12000 \\ 4x + 4y = 18000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x - 4y = -24000 \\ 4x + 4y = 18000 \end{cases}$

$$-2x = -6000 \rightarrow x = 3000$$
 هزینه هر لیوان چای  
 $y = 2000$  هزینه هر کیک

$$\text{ب)} 2(2000) + 3(3000) = 13000$$



الف)  $x = 3y - 1 \rightarrow$  روش جایگذاری

$3(3y - 1) - 2y = 4 \rightarrow 7y = 7 \rightarrow y = 1$  و  $x = 2$

روش حذفی  $\begin{cases} 2x - 6y = -2 \\ -9x + 6y = -12 \end{cases} \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1$

ب)  $5(\frac{3}{5}y) - 4y = -5 \rightarrow 3y - 4y = -5 \rightarrow y = 1$  و  $x = \frac{3}{5}$

روش حذفی  $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 5x + 4y = +5 \end{cases} \rightarrow y = 5 \rightarrow x = 3$

$a = 3$  ,  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow y = 3x + 3$

$a = \frac{0+1}{-3-2} = -\frac{1}{5}$  ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow y = -\frac{1}{5}x$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۱۳۴

گزینه ۲

$2m - 1 = \frac{2}{2} + (1 - m) \rightarrow 3m = 3 \rightarrow m = 1$

گزینه ۲

$(x - 2) + x + (x + 2) = 105 \rightarrow$

$3x = 105 \rightarrow x = 35 \rightarrow 33, 35, 37$

گزینه ۴

شیب  $= \frac{4-0}{2-m} \rightarrow \frac{4}{2-m} = 3 \rightarrow$

گزینه ۲

$4 = 6 - 3m \rightarrow 3m = 2 \rightarrow m = \frac{2}{3}$

شیب  $= \frac{3 - (-3)}{-2 - 7} = \frac{6}{-9} = -\frac{2}{3} \rightarrow$

گزینه ۵

معادله خط  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \xrightarrow{y=0} x = \frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{5}{2}$

شیب  $= \frac{5-4}{-1-1} = \frac{1}{-2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + b \rightarrow$

گزینه ۴

$3 = -\frac{1}{2} \times 2 + b \rightarrow b = 4 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4$

شیب ها برابرند  $\rightarrow \frac{-(m+1)}{2} = \frac{-3m}{3} \rightarrow$

گزینه ۳

$m + 1 = 2m \rightarrow m = 1$

۱۷

$\begin{cases} 5x + 2y = 2 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x + 6y = 6 \\ +4x - 6y = -2 \end{cases}$   
 $19x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{19}$  ,  $y = \frac{9}{19}$

۱۰

$y = -2x + 1 \rightarrow a = -2$        $y = -2x + \frac{17}{19}$

۱۸

$\begin{cases} 2x + 2y = 4000 \\ 3x + y = 3000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4000 \\ -6x - 2y = -6000 \end{cases}$

$-4x = -2000 \rightarrow x = 500$  ,  $y = 1500$

۱۱

$\frac{a}{a-2} = -2 \rightarrow a = -2a + 4 \rightarrow 3a = 4 \rightarrow a = \frac{4}{3}$

۱۲

$500x + 1000y = 67500 \rightarrow 5x + 10y = 675 \xrightarrow{y=2x} 13$

$5x + 20x = 675 \rightarrow x = 27$  ,  $y = 2 \times 27 = 54$

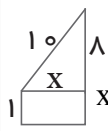
$54 + 27 = 81$  تعداد کل سکه ها

$\begin{cases} 4x - 3y = -7 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 16x - 12y = -28 \\ 9x + 12y = 3 \end{cases}$

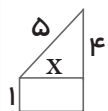
۱۴

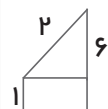
$25x = -25 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = +1$

الف) ۱۵

  $x^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow x = 6 \rightarrow$  شیب  $= a = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

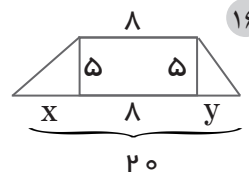
ب)

  $x^2 = 25 - 16 = 9 \rightarrow x = 3 \rightarrow$  شیب  $= a = \frac{5}{3}$

پ) امکان پذیر نیست (وتر کوچکتر از ضلع زاویه قائمه است) 

۱۶

$\frac{5}{y} = 2(\frac{5}{x}) \rightarrow x = 2y$   
 $\frac{x}{x} + \frac{x}{x} = 20 \rightarrow x + y = 12 \rightarrow$   
 $3y = 12 \rightarrow y = 4 \rightarrow x = 8$



شیب پله های سمت راست  $= \frac{5}{4}$

شیب پله های سمت چپ  $= \frac{5}{8}$

$$\overline{abc}, b=1, a+c=12$$

$$\overline{cba} = 495 + \overline{abc} \rightarrow$$

$$100c + 10b + a = 495 + 100a + 10b + c$$

$$99c - 99a = 495 \rightarrow c - a = 5$$

$$\begin{cases} c - a = 5 \\ c + a = 12 \end{cases} \rightarrow c = \frac{17}{2}, a = \frac{7}{2}$$

چنین عددی وجود ندارد مگر آنکه ۵۹۴ واحد اضافه شود. در این حالت  $c=9, a=3$  ۳۱۹, ۹۱۳

$$\xrightarrow{x(xy)} \begin{cases} 3y + 2x = 19xy \\ 7y - 5x = 25xy \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15y + 10x = 95xy \\ 14y - 10x = 50xy \end{cases}$$

$$29y = 145xy \rightarrow 145x = 29 \rightarrow x = \frac{29}{145} = \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\begin{bmatrix} m + 2n - 3 \\ 2m + 2n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} m + 2n = 3 \\ 2m + 2n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -m - 2n = -3 \\ 2m + 2n = 3 \end{cases} \rightarrow m = 0, n = \frac{3}{2}$$

حل تمرین فصل ۷ صفحه ۱۳۸

×	×	✓	×	✓
✓	×	✓	×	×

حل تمرین صفحه ۱۳۸

$$y = 2x \rightarrow \frac{x(2x) - 2 \cdot 0 \cdot x - 4 \cdot 0(2x) + 8 \cdot 0 \cdot 0}{2x^2} = \dots$$

$$\frac{2x^2 - 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot x + 8 \cdot 0 \cdot 0}{2x^2} = \frac{x^2 - 5 \cdot 0 \cdot x + 4 \cdot 0 \cdot 0}{x^2}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{n+m}{mn} \rightarrow t = \frac{mn}{m+n}$$

حل تمرین صفحه ۱۳۹

x	-3	-2	0	$\frac{1}{2}$	1	5
$\frac{2x}{x+1}$	3	4	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{5}{3}$

۴

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 15 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \rightarrow$$

$$7x = 14 \rightarrow x = 2 = m$$

$$y = -1 = n \rightarrow m + n = 1$$

۸ گزینه ۴

$$2(2) - 3(m-1) = 4 \rightarrow -3m + 3 = 0 \rightarrow m = 1$$

۹ گزینه ۴

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7, y = 2$$

۱۰ گزینه ۳

$$s = 4a$$

۱۱ گزینه ۲

$$\text{شیب} = \frac{-k}{k+2} = 3 \rightarrow 3k + 6 = -k \rightarrow$$

۱۲ گزینه ۲

$$4k = -6 \rightarrow k = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$y = 25 \cdot 0x + 50 \cdot 0$$

۱۳ گزینه ۴

حل تمرین های تکمیلی صفحه ۱۳۶

$$\begin{cases} 2x + my = 3 \\ -2x + 2y = -10 \end{cases}$$

۱

$$(m+2)y = -7 \rightarrow y = \frac{-7}{m+2} \rightarrow 1 = \frac{-7}{m+2} \rightarrow m+2 = -7 \rightarrow m = -9$$

۲

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} b = \text{عرض از مبدأ} \\ \frac{-b}{a} = \text{نقطه برخورد با محور } x \text{ ها} \\ A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow a(1) + b = -2 \rightarrow a = -2 - b \end{cases}$$

$$b + \frac{-b}{a} = -2 \rightarrow b + \frac{-b}{-2-b} = -2 \rightarrow -2b - b^2 - b =$$

$$4 + 2b \rightarrow b^2 + 5b + 4 = 0 \rightarrow (b+1)(b+4) = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} b = -1 \rightarrow a = -1 \rightarrow y = -x - 1 \\ b = 4 \rightarrow a = -6 \rightarrow y = -6x + 4 \end{cases}$$

$$3x - 4y = 1 \xrightarrow{y=x} 3x - 4x = 1 \rightarrow x = -1 = y$$

۳

$$-2k + 1 - 3k - 2 = 10 \rightarrow -5k = 11 \rightarrow k = \frac{-11}{5}$$

ب) هیچ مقدار حقیقی به دست نمی آید

حل تمرین صفحه ی ۱۳۹

همواره تعریف می شود (ب)  
 الف)  $x = 0$   
 ت)  $x = -1, 4$   
 پ)  $x = +3, -3$

حل تمرین صفحه ی ۱۴۰

الف)  $\frac{3(a-2)}{x(x-3)}$       ب)  $\frac{3x}{x+3} = \frac{3}{x+3}$

پ)  $\frac{(y-1)(y-3)}{y^2+2y-3}$

ت)  $= \frac{x(x^2-4x+4)}{x \times x^2 - 3x + 2} = \frac{x(x-2)(x-2)}{x^2-3x+2} = \frac{(x-2)(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{x-2}{x-1}$

۲ الف و ب نادرست. چون صورت مجموع دو عبارت است یک عبارت صورت با مخارج قابل ساده شدن نیست.  
 پ) درست.

ت) نادرست: مرحله اول ساده کردن درست است اما مرحله دوم همان اشتباه الف و ب تکرار شده است.

الف)  $\frac{x-7}{x+1}$       ب)  $\frac{a}{y}$       پ)  $\frac{x+1}{x-1}$

ت)  $\frac{1}{8a^3+1}$       ث)  $\frac{a-2}{a+5}$       ج)  $\frac{x+2}{2-x}$

حل تمرین صفحه ی ۱۴۱

الف)  $\frac{a(x^r-y^r)}{b(a-b)} \times \frac{(a-b)}{x^r-y^r} = \frac{a}{b}$

ب)  $\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} \times \frac{4x}{(x+1)} = 4$

پ)  $\frac{(x+3)^r}{(x+3)(x+7)} \times \frac{(x+7)}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x-3}$

ت)  $\frac{2x^r-3}{(x-1)(x^r+x+1)} \times \frac{x(x^r+x+1)}{(x+2)(x+3)} = \frac{x(2x^r-3)}{(x-1)(x+2)(x+3)}$

الف)  $\frac{1}{2} \times (4x+12) \times \frac{x^r+5x+6}{x+2} =$

$\frac{1}{2} \times 4(x+3) \times \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)} = 2(x+3)^2$

ب)  $\frac{1}{2} \times \frac{5x-10}{x+3} \times \frac{x+3}{x-2} = \frac{1}{2} \times \frac{5(x-2)}{(x+3)} \times \frac{x+3}{x-2} = \frac{5}{2}$

حل تمرین صفحه ی ۱۴۲

الف)  $\frac{(a-b)(a+b)}{a} \times \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a-b)^2}{a}$

ب)  $\frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)} \times \frac{x(x+1)}{(x+1)(x+2)} = 1$

پ)  $\frac{x(x+5)}{(x-4)(x+4)} \times \frac{x(x+4)}{(x-2)(x+5)} = \frac{x^2}{(x-4)(x-2)}$

ت)  $\frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x+1)}{(x-3)(x-3)} \times \frac{(x-3)(x+2)}{(x+3)(x+1)} = 1$

A  $\times \frac{x^r-y^r}{4x-y} = x+y \rightarrow$

A  $\times \frac{(x-y)(x+y)}{4x-y} = (x+y) \rightarrow A = \frac{4x-y}{x-y}$

$\frac{2x-y}{x+y} = \frac{2}{3} \rightarrow 6x-3y = 2x+2y \rightarrow$

$4x = 5y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$

حل تمرین صفحه ی ۱۴۳

الف)  $\frac{2x+4}{x+y}$       ب)  $\frac{x+8}{x+2}$

حل تمرین صفحه ی ۱۴۳

الف)  $\frac{6+3+2}{6x} = \frac{11}{6x}$

ب)  $\frac{(2x-5y)(2x+5y)}{xy(2x+5y)} + \frac{3x(2x-5y)}{9x^2y^2} =$

$\frac{(2x-5y) \times 3y + (2x-5y)}{3xy^2} = \frac{(2x-5y)(3y+1)}{3xy^2}$

پ)  $\frac{x(x^r+1)-x^r(x+1)}{(x-1)(x^r+1)} = \frac{-x^r+x}{(x-1)(x^r+1)} =$

$\frac{-x(x-1)}{(x-1)(x^r+1)} = \frac{-x}{x^r+1}$

ت)  $\frac{x(x+3)-5(x+5)}{(x-5)(x+5)(x+3)} = \frac{x^2-2x-25}{(x-5)(x+5)(x+3)}$

$$\text{راه دوم} \frac{x(x-\epsilon+\delta)}{x(1-\frac{1}{x})} = \frac{x^2-\epsilon x+\delta}{x-1} = \frac{(x-1)(x-\delta)}{x-1} = x-\delta$$

$$\text{راه اول (ب)} \frac{\frac{a^r-1}{a^r}}{\frac{a^{r+1}-1}{a(a^{r+1})}} = \frac{a^r-1}{a(a^{r+1})} = \frac{(a^r+1)(a^r-1)}{a(a^{r+1})} = \frac{a^r-1}{a}$$

$$\text{راه دوم} \frac{a^r(a^r-\frac{1}{a^r})}{a^r(a^r+\frac{1}{a})} = \frac{a^r-1}{a^r+a} = \frac{(a^r-1)(a^r+1)}{a(a^r+1)} = \frac{a^r-1}{a}$$

$$\text{راه اول (پ)} \frac{\frac{a^r+\delta a-\epsilon}{a}}{\frac{a-3}{a^r}} = \frac{a(a^r+\delta a-\epsilon)}{(a-3)a^r}$$

$$\frac{a(a-2)(a-3)}{a-3} = a(a-2)$$

$$\text{راه دوم} \frac{a^r(a+\frac{\delta a-\epsilon}{a})}{a^r(\frac{1}{a}-\frac{3}{a^r})} = \frac{a^3+\delta a^r-\epsilon a}{a-3}$$

$$\frac{a(a^r+\delta a-\epsilon)}{a-3} = \frac{a(a-2)(a-3)}{a-3} = a(a-2)$$

$$\text{راه اول (ت)} \frac{\frac{x^r-1}{1-x^r}}{\frac{x^r}{x^r+x+1}} = \frac{\frac{x^r+1}{1-x^r}}{\frac{x^r}{x^r+x+1}} = \frac{-1-x^r}{x^r+x+1} \cdot \frac{x^r+x+1}{x^r-1}$$

$$\text{راه دوم} \frac{\frac{x^r+1}{1-x^r}}{x^r(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^r})} = \frac{\frac{x^r+1}{1-x^r}}{\frac{x^r+x+1}{x^r-1}} = \frac{-1-x^r}{x^r+x+1} \cdot \frac{x^r-1}{x^r+x+1}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{2}(x+1) \rightarrow \text{محیط دایره} = \sqrt{2}\pi(x+1)$$

$$\text{ضلع مربع} = \frac{\text{قطر مربع}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(x+1)}{\sqrt{2}} = x+1 \rightarrow$$

$$\text{محیط مربع} = 4(x+1) = 4x+4$$

$$\text{ث)} \frac{x(x+3)-\epsilon(x-\delta)-2}{(x-\delta)(x+3)} = \frac{x^2-3x+2\delta}{x^2-2x+1\delta}$$

$$\text{ج)} \frac{(x^r+x+1)(x-1)-x^r}{x-1} =$$

$$\frac{x^r-x^r+x^r-x+x-1-x^r}{x-1} = \frac{x^r-x^r-1}{x-1}$$

$$\text{ح)} \frac{x(x-y)+y(x+y)-2xy}{(x+y)(x-y)} =$$

$$\frac{x^2-xy+xy+y^2-2xy}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2+y^2-2xy}{(x+y)(x-y)}$$

$$\frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x-y}{x+y}$$

$$\frac{A+B}{C} = \frac{\frac{2x}{x-1} + \frac{4x}{x^r-3x+2}}{\frac{x^r}{x-2}} = \frac{\frac{2x(x-2)-4x}{(x-1)(x-2)}}{\frac{x^r}{(x-2)}} = 2$$

$$\frac{2x^r-8x}{x^r(x-1)} = \frac{2x(x-4)}{x^r(x-1)} = \frac{2(x-4)}{x(x-1)}$$

$$\frac{x+1}{x-1} + \square = 3 \rightarrow \square = 3 - \frac{x+1}{x-1} = \frac{3x-3-x-1}{x-1} = \frac{2x-4}{x-1}$$

$$\text{پاسخ دانش آموز اول: } \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2y+3x}{xy} \neq \frac{5}{x+y}$$

$$\text{پاسخ دانش آموز دوم: } \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2x+3x}{xy} \neq \frac{5}{xy}$$

پاسخ دانش آموز سوم صحیح است.

حل تمرین صفحه ی ۱۴۵

$$\text{الف) راه اول} \frac{\frac{x^r-\epsilon x+\delta}{x}}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x^r-\epsilon x+\delta}{x-1} =$$

$$\frac{(x-1)(x-\delta)}{x-1} = x-\delta$$

۲

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + x \quad | \quad x^2 - x \\ -x^3 + x^2 \\ \hline +x^2 - x \\ \hline 0 \end{array}$$

الف)

الف)  $\frac{-x}{c}$       ب)  $\frac{\sqrt{9ax^2}}{1} = 3ax^2$

پ)  $\frac{-3a^2c^2}{b}$       ت)  $\frac{6x}{3y} = \frac{2x}{y}$

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 4x^2 - x + 3 \quad | \quad x^2 + 1 \\ -5x^3 - 5x \\ \hline 4x^2 - 6x + 3 \\ -4x^2 - 4 \\ \hline -6x - 1 \end{array}$$

ب)

۱)  $\frac{25x^2y + 1 \cdot xy^2}{5xy} = \frac{25x^2y}{5xy} + \frac{1 \cdot xy^2}{5xy} = 5x + \frac{y}{5}$

$$\begin{array}{r} -y^3 + 8y^2 - 3 \quad | \quad y - 2 \\ y^3 - 2y^2 \\ \hline -6y^2 + 12y - 3 \\ -12y + 24 \\ \hline 21 \end{array}$$

پ)

۲) لاله فقط جمله دوم و لادن فقط جمله اول صورت را با مخرج ساده کرده است.

پاسخ صحیح:  $\frac{4x^5y^2z^3}{2xyz} - \frac{2x^2yz^2}{2xyz} = 2x^4yz^2 - xz$

الف)  $4a^2b^3 - 7ab^2 + 3$       ب)  $\frac{3ab^2}{5} - \frac{6b}{5} - \frac{a}{b^2}$

پ)  $3y - \frac{3}{2} + x^2$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 + 6x + 1 \quad | \quad x^2 - 1 \\ -x^3 + x \\ \hline x^2 + 7x + 1 \\ -x^2 + 1 \\ \hline 7x + 2 \end{array}$$

ت)

۱)  $\frac{15ax^2y + 5axy^2 + 5axy}{5axy} =$

$\frac{15ax^2y}{5axy} + \frac{5axy^2}{5axy} + \frac{5axy}{5axy} = 3x + y + 1$

۲)  $\frac{6x^2y + 2xy^2 + 2xy}{2xy} = \frac{6x^2y}{2xy} + \frac{2xy^2}{2xy} + \frac{2xy}{2xy} = 3x + y + 1$

۳

$$\begin{array}{r} x^3 + a \quad | \quad x + 1 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline -x^2 + a \\ x^2 + x \\ \hline x + a \\ -x - 1 \\ \hline a - 1 \rightarrow a - 1 = 0 \rightarrow a = 1 \end{array}$$

۱)  $\frac{x^3}{x} = x^2$  ؛  $x^2 \times \boxed{x-1} = \boxed{x^3 - x^2} \xrightarrow{\text{قرینه}} \boxed{-x^3 + x^2}$

$\frac{-2x^2}{x} = -2x$  ؛  $-2x(x-1) = \boxed{-2x^2 + 2x} \xrightarrow{\text{قرینه}} \boxed{2x^2 - 2x}$

راه دوم:  $x+1=0 \rightarrow x=-1$  به کمک نکته بیشتر بدانیم

$(-1)^3 + a = 0 \rightarrow -1 + a = 0 \rightarrow a = 1$  باقی مانده

$(x^2 - 2x - 2)(x - 1) =$  امتحان درستی تقسیم

$x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x - 2x + 2 = x^3 - 3x^2 + 2$

ب)  $2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x+1) = 0 \rightarrow x = 0, -\frac{1}{2}$   
 پ)  $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \rightarrow x = 2, -1$

$\frac{10}{2x-4}$  ۴

۵ الف) شعاع قبلی  $= R \rightarrow r = \frac{R}{2} + 2$

$\frac{\text{(محیط جدید)}}{\text{(محیط قدیم)}} = \frac{2\pi r}{2\pi R} = \frac{2\pi(\frac{R}{2} + 2)}{2\pi R} = \frac{R+4}{2R}$

ب)

$\frac{\text{(مساحت جدید)}}{\text{(مساحت قدیم)}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{(\frac{R}{2} + 2)^2}{R^2} = \frac{(\frac{R+4}{2})^2}{R^2} = \frac{R^2 + 4R + 16}{4R^2}$

۶

الف)  $\frac{(2x+3)^2}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{2x+3}{2x-3}$

ب)  $\frac{2ab(a+b)}{2a^3b} = \frac{a+b}{a^2}$

پ)  $\frac{(a-2)(a+2)}{(a-2)(a-2)(a+2)} = 1$

ت)  $\frac{(x-3)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x-3}{x+3}$

الف)  $\frac{yz+xz-xy}{x^2y^2z^2}$

ب)  $\frac{(x+1)(2x+3) - (x^2+7)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{x^2+5x-4}{(2x-3)(2x+3)}$

پ)  $\frac{3(x-3) - 2x - (2x-9)}{2x(x-3)} = \frac{-x}{2x(x-3)} = \frac{-1}{x-3}$

ت)  $\frac{2b(a+1)}{a(a+1)} - \frac{b^2}{a(a+b)} = \frac{2b(a+b) - b^2}{a(a+b)} = \frac{2ab+b^2}{a(a+b)}$

الف)  $\frac{7b}{4a}$

ب)  $\frac{xy(xy+3)}{(2x-1)(2x+1)} \times \frac{(2x+1)}{(xy+3)} = \frac{xy}{2x-1}$

$\frac{3x^2 + 4x - m}{-3x^2 + 3x} \left| \begin{array}{l} x-1 \\ \hline 3x+7 \end{array} \right.$

$\frac{-7x+7}{v-m} \rightarrow v-m = -4 \rightarrow m = 11$

راه دوم به کمک نکته  $x-1=0 \rightarrow x=1$

مانده باقی  $= 3(1)^2 + 4(1) - m = -4 \rightarrow m = 11$

۴

۵

$\frac{3x^3 + 4x + m}{-3x^3 - 6x^2} \left| \begin{array}{l} x+2 \\ \hline 3x^2 - 6x + 16 \end{array} \right.$

$\frac{-6x^2 + 4x + m}{6x^2 + 12x}$

$\frac{16x + m}{16x + m}$

$\frac{-16x - 32}{m - 32} = 0 \rightarrow m = 32$

راه دوم به کمک نکته  $x+2=0 \rightarrow x=-2$

مانده باقی  $= 3(-2)^3 + 4(-2) + m = 0 \rightarrow$

$-24 - 8 + m = 0 \rightarrow m = 32$

۶

$a^2 + a + 1 = \text{عرض مستطیل} \rightarrow \frac{\text{مساحت}}{\text{طول}} = \text{عرض مستطیل}$

$\frac{a^5 + a + 1}{a^5 + a^4 - a^2} \left| \begin{array}{l} a^3 - a^2 + 1 \\ \hline a^2 + a + 1 \end{array} \right.$

$\frac{a^2 - a^2 + a + 1}{-a^2 + a^3 - a}$

$\frac{a^3 - a^2 + 1}{-a^3 + a^2 - 1}$

$\frac{-a^3 + a^2 - 1}{0}$

محیط = (طول + عرض)  $\times 2$

$2a^3 + 2a + 4 = \text{محیط}$

تمرین های آخر فصل صفحه ۱۵۰

✓ ✓ × ۱

× ✓ ✓

۲ پاسخ علی درست است. امیر یک جمله از صورت را با یک جمله از مخرج ساده کرده است، شایان جمع مخرج را جدا کرده است که هر دو اشتباه کرده اند.

الف)  $x^2 - 4 = 0 \rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \rightarrow x = 2, -2$  ۳

۸

$$\begin{array}{r|l} a^f + a^m - a - 1 & a^r - 1 \\ -a^f + a^r & a^r + a + 1 \end{array} \quad \text{خارج قسمت}$$

$$\begin{array}{r} -a^m + a \\ a^r - 1 \\ -a^r + 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{باقی مانده}$$

$$\begin{array}{r|l} 3x^f + 6x^r + 3 & x^r + 2x + 1 \\ -3x^f - 6x^m - 3x^r & 3x^r - 6x + 15 \end{array} \quad \text{خارج قسمت}$$

$$\begin{array}{r} 6x^m + 12x^r + 6x \\ 15x^r + 6x + 3 \\ -15x^r - 30x - 15 \\ \hline -24x - 12 \end{array} \quad \text{باقی مانده}$$

$$\begin{array}{r|l} 12x^r + 36x + 15 & 6x + 3 \\ -12x^r - 6x & 2x + 5 \end{array} \quad \text{خارج قسمت}$$

$$\begin{array}{r} 30x + 15 \\ -30x - 15 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{باقی مانده}$$

$$\begin{array}{r|l} -2x^m + x^r - 10x + 5 & -2x + 1 \\ +2x^m - x^r & x^r + 5 \end{array}$$

راه اول:  $\begin{array}{r} -10x + 5 \\ +10x - 5 \\ \hline 0 \end{array}$

راه دوم:  $1 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

باقی مانده =  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 10\left(\frac{1}{2}\right) + 5 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 5 + 5 = 0$   
 بله چون باقی مانده صفر است.

(الف)  $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

باقی مانده =  $3(-2)^3 + 4(-2) + m \rightarrow$   
 $0 = 24 - 8 + m \rightarrow m = -16$

(ب)  $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

باقی مانده =  $5(-1)^3 + 2(-1) + m \rightarrow$   
 $0 = -5 - 2 + m \rightarrow m = 7$

(پ)  $\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)} \times \frac{5(x+2)}{3(x-2)} = \frac{5(x+2)}{3}$

(ت)  $\frac{4(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} \times \frac{(x+2)}{10x} = \frac{2(x-2)}{5x}$

(الف)  $\frac{2xy^r(3x+2y)}{(3x-2y)(3x+2y)} \times \frac{3x(3x-2y)}{12x^r y} = \frac{y}{2x}$

(ب)  $\frac{(x-2)(x+1)}{(y-z)(y+z)} \times \frac{y(y-z)}{(x-2)} = \frac{y(x+1)}{y+z}$

(پ)  $\frac{(x+3)(x+4)}{(x+3)(x-3)} \times \frac{2(x+4)}{(x+4)^2} = \frac{2}{x-3}$

(ت)  $\frac{(2x-1)(2x+1)}{(x-2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{2(2x+1)} = \frac{(2x-1)(x+2)}{2}$

(الف)  $\frac{x^r + y^r + 2xy}{xy} \div \frac{x^r - y^r}{2xy} =$

۱۲  $\frac{(x+y)^r}{xy} \times \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} = \frac{2(x+y)}{x-y}$

(ب)  $\frac{(x+5)(x-3)}{(x+2)(x+7)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-7)(x-3)} \times \frac{(x-7)(x+7)}{(x+5)(x-2)} = 1$

(پ)  $\frac{1(1-x) + 2x}{(1-x)(1+x)} \times \frac{1-x}{x} = \frac{1+x}{(1-x)(1+x)} \times \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$

(ت)  $\frac{3x-2x}{2x+3x} \times \frac{x}{5x} = \frac{2}{5}$

۱۳

(الف)  $\begin{array}{r|l} x^r - 6x + 3 & x - 1 \\ -x^r + x & x - 5 \end{array} \quad \text{خارج قسمت}$   

$$\begin{array}{r} +5x - 5 \\ \hline -2 \end{array} \quad \text{باقی مانده}$$

۱۱

$$\text{ارتفاع} = \frac{\text{مساحت}}{\text{مجموع طول دو قاعده}}$$

$$= \frac{2(x^2 - 8x + 15)}{3x - 9} = \frac{2(x-3)(x-5)}{3(x-3)} = \frac{2(x-5)}{3}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{x} \rightarrow \frac{1}{30} = \frac{x+50}{50x} \rightarrow 50x = 30x + 1500 \rightarrow$$

$$20x = 1500 \rightarrow x = \frac{1500}{20} = 75$$

۱۸ یک گاو زمین کشاورزی را در  $8 \times 18 = 144$  روز شخم میزند.

شخم  $\frac{2}{3}$  زمین  $96 = \frac{2}{3} \times 144$  روز طول می کشد. پس ۱ گاو در

۹۶ روز  $\frac{2}{3}$  زمین را شخم میزند لذا ۶ گاو در  $16 = \frac{96}{6}$  روز

$$x = \frac{\frac{2}{3} \times 8 \times 18}{6} = \frac{2 \times 5 \times 18}{18} = 10$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{5} \rightarrow x = \frac{4}{5}y \rightarrow$$

$$\text{الف)} \frac{2x-y}{x+y} = \frac{8y-y}{5y+y} = \frac{7y}{6y} = \frac{7}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ب)} \frac{10x-8y}{x^2-y^2} = \frac{40y-8y}{16y^2-y^2} = \frac{32y}{15y^2} = \frac{32}{15y}$$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۱۵۴

$$\frac{(1-y)+y^2(1-y)}{1-y} = \frac{(1-y)(1+y^2)}{1-y} = 1+y^2 \quad \text{گزینه ۲} \quad ۱$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{1}{1-x} + \frac{-x}{1-x} = \frac{1-x}{1-x} = 1 \quad \text{گزینه ۴} \quad ۲$$

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-1)^2 + 2x(x^2-1)}{x^2-1} = \dots \quad \text{گزینه ۱} \quad ۳$$

$$\frac{(x^2-1)[(x-1)^2 + 2x]}{x^2-1} = x^2 - 2x + 1 + 2x = x^2 + 1$$

۱۶

$$\text{الف)} x-2=0 \rightarrow x=2$$

$$\text{باقی مانده} = (2)^3 + 3(2)^2 + m(2) - 1 \rightarrow$$

$$5 = 8 + 12 + 2m - 1 \rightarrow 2m = -14 \rightarrow m = -7$$

$$\text{ب)} x-3=0 \rightarrow x=3$$

$$\text{باقی مانده} = (-3)^2 + a(-3) + b = 0 \rightarrow -3a + b = -9$$

$$x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$$\text{باقی مانده} = 3^2 + a(3) + b = 0 \rightarrow 3a + b = -9$$

$$\begin{cases} 3a + b = -9 \\ -3a + b = -9 \end{cases}$$

$$2b = -18 \rightarrow b = -9, a = 0$$

$$\text{الف)} A+C=B \rightarrow C=B-A \rightarrow$$

$$C = \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x+1)(x+1) - x(x)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x-1)(x+1)}$$

$$\text{ب)} \frac{C}{A} = B \rightarrow C = AB = \frac{x^2}{3x-6} \times 3x = \frac{x^2 \times 3x}{3(x-2)} = \frac{x^3}{x-2}$$

$$\text{پ)} \square + \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1}{x-1} \rightarrow$$

$$\square = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{4x}{(x-1)(x+1)}$$

$$\text{ت)} \square \times \frac{x^2-4y^2}{2x-y} = (2x-y)(x+2y) \rightarrow$$

$$\square = (2x-y)(x+2y) \div \frac{x^2-4y^2}{2x-y}$$

$$= (2x-y)(x+2y) \times \frac{(2x-y)}{(x-2y)(x+2y)} = \frac{(2x-y)^2}{x-2y}$$

ارتفاع  $\times$  مجموع طول دو قاعده

$$\frac{\dots}{2} = \text{مساحت} \rightarrow$$

۱۴

۱۵

۱۹



$$\frac{x^r + 1 - 2x - 4}{x + 2} \times \frac{x^r + 2x}{x + 1} =$$

$$\frac{(x - 3)(x + 1)}{x + 2} \times \frac{x(x + 2)}{x + 1} = x^r - 3x$$

$$\frac{a^r - 1}{a - 1} = \frac{a(a - 1)(a + 1)}{a - 1} = a^r + a$$

$$\frac{1}{(ra - 1)^r} \times \frac{(ra - 1)(ra + 1)}{(ra + 1)^r} =$$

$$\frac{1}{(ra - 1)(ra + 1)} = \frac{1}{ra^r - 1}$$

حل تمرین های تکمیلی صفحه ی ۱۵۶

$$\text{الف)} \frac{1}{4x} \left( \frac{(x + \sqrt{x^r - 1})^r - (x - \sqrt{x^r - 1})^r}{(x - \sqrt{x^r - 1})(x + \sqrt{x^r - 1})} \right) =$$

$$\frac{1}{4x} \left( \frac{x^r + 2x\sqrt{x^r - 1} + x^r - 1 - (x^r - 2x\sqrt{x^r - 1} + x^r - 1)}{x^r - (x^r - 1)} \right) =$$

$$\frac{1}{4x} \times \frac{4x\sqrt{x^r - 1}}{1} = \frac{4x(\sqrt{x^r - 1})}{4x} = \sqrt{x^r - 1}$$

$$\text{ب)} \frac{x^r + y^r + z^r + 2x^r y^r + 2x^r z^r + 2y^r z^r}{4xy(y - z)} =$$

$$\frac{(x^r + y^r + z^r - 2x^r y^r + 2x^r z^r - 2y^r z^r)}{4xy(y - z)}$$

$$= \frac{4x^r y^r + 4y^r z^r}{4xy(y - z)} = \frac{4y^r(x^r + z^r)}{4xy(y - z)} = \frac{y(x^r + z^r)}{x(y - z)}$$

$$\begin{array}{r} x^r + 7x + b \\ -x^r - ax \\ \hline (v - a)x + b \end{array} \quad \begin{array}{r} x + a \\ x - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{2x + 2a}{b + 2a}$$

$$v - a = -2 \rightarrow a = 9$$

$$b + 2a = 5 \rightarrow b = -2 \times 9 + 5 = -13$$

گزینه ۱۴

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$(-1)^r + a(-1)^r + (-1)^r + 2a(-1) + 1 = 6 \rightarrow$$

$$1 - a + 1 - 2a + 1 = 6 \rightarrow -3a = 3 \rightarrow a = -1$$

گزینه ۱۵

$$\frac{a(a - 2)}{(a - 2)(a + 2)} + \frac{4 + a}{2 + a} = \frac{4 + 2a}{2 + a} = \frac{2(2 + a)}{2 + a} = 2 \quad \text{گزینه ۵}$$

$$3x - 6 = 0 \rightarrow x = 2$$

گزینه ۱۶

$$3(2)^r - m(2)^r - 32 = 0 \rightarrow 48 - 8m - 32 = 0 \rightarrow$$

$$-8m = -16 \rightarrow m = 2$$

$$\text{عرض مستطیل} = \frac{x^r + 4x}{x^r + 4} = \frac{x(x^r + 4)}{x^r + 4} = x \rightarrow \quad \text{گزینه ۷}$$

$$\text{طول} + \text{عرض} = x^r + 4 + x = x^r + x + 4$$

۱

$$\frac{x(ax + 1)}{(x - 1)(x + 1)} \times \frac{(x - 1)^r}{x(x - 1)} = 1 \rightarrow \frac{ax + 1}{x + 1} = 1 \rightarrow \quad \text{گزینه ۸}$$

$$ax + 1 = x + 1 \rightarrow a = 1$$

$$\square \times \frac{x^r - 4}{x + 1} = x - 1 \rightarrow \quad \text{گزینه ۹}$$

$$\square = (x - 1) \div \frac{x^r - 4}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x^r - 4} = \frac{x^r - 1}{x^r - 4}$$

گزینه ۱۰

$$a(a^r - 1) = a(a + 1)(a - 1) = 0 \rightarrow a = 0, 1, -1$$

$$\frac{\sqrt{3} + a}{3} \text{ و } \sqrt{2} a \quad \text{گزینه ۱۱} \quad \text{گویا هستند.}$$

۲

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

گزینه ۱۲

$$\text{باقی مانده} = -2(2)^r + 4(2) + 7 = -8 + 8 + 7 = 7$$

گزینه ۱۳

$$\frac{x - 5x - 6}{x} + 1 = \frac{x^r - 5x + 6}{x} + 1 = \frac{(x - 2)(x - 3)x}{x - 3} + 1$$

$$\frac{1}{x} - \frac{3}{x^r} = \frac{x - 3}{x^r}$$

$$= x^r - 2x + 1 = (x - 1)^r$$

$$x^2 - 4x + 6 = Ax^2 - 3Ax + 2A - Bx + 2B - Cx + C$$

$$x^2 - 4x + 6 = Ax^2 - (3A + B + C)x + (2A + 2B + C)$$

$$A = 1$$

$$\begin{cases} 3A + B + C = 4 \xrightarrow{A=1} B + C = 1 \\ 2A + 2B + C = 6 \xrightarrow{A=1} 2B + C = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -B - C = -1 \\ 2B + C = 4 \end{cases}$$

$$B = 3$$

$$C = -2$$

$$A + \frac{B}{2} + \frac{C}{3} = 1 + \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{6+9-4}{6} = \frac{11}{6}$$

۶ حجم آب موجود  $\frac{1}{x}$  حجم منبع = 1

$$\left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \right] \frac{1}{x} = \frac{7}{16x}$$

حجم آب خارج شده

$$\frac{1}{x} - \frac{7}{16x} = \frac{9}{16x}$$

حجم آب باقی مانده

$$\frac{9x}{16x} = \frac{1}{4} \times 1 \rightarrow x = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{9}$$

حجم آب موجود

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{z} \rightarrow xz = 5y$$

$$\frac{\lambda xz - 6oz}{2y - 3z} = \frac{4oy - 6oz}{2y - 3z} = \frac{2o(2y - 3z)}{2y - 3z} = 2o$$

حل تمرین فصل ۸ صفحه ۱۵۹

۱ حجم (الف)  $= \frac{3}{4} (\text{حجم منشور}) = \frac{3}{4} (3^2 \times 4) = 27$

ب)  $2 \times 3 \times 1 + \frac{2 \times 1}{2} \times 3 = 6 + 3 = 9$

راه دوم: می توان یک منشور با قاعده دوزنقه در نظر گرفت

$$\frac{(2+4) \times 1}{2} \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

۲  $V - V = 6 \times 6 \times 1 - \pi(3)^2 \times 1 = 36 - 9\pi$

استوانه مکعب

حل تمرین صفحه ی ۱۶۰

۱  $S = 2V \rightarrow 4\pi R^2 = 2\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \Rightarrow 1 = \frac{2}{3}R \rightarrow R = \frac{3}{2}$

$$(x+a)(x-2) + 5 = x^2 + vx + b \rightarrow$$

$$x^2 + (a-2)x - 2a + 5 = x^2 + vx + b \rightarrow$$

$$a-2 = v \rightarrow a = 9$$

$$b = -2a + 5 = -2(9) + 5 = -13$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^m + m(3) + n = 0 \rightarrow \begin{cases} 3m + n = -11 \\ -m + n = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3m + n = -11 \\ m - n = 1 \end{cases} \\ (-1)^m + m(-1) + n = 0 \rightarrow \begin{cases} 3m + n = -11 \\ -m + n = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3m + n = -11 \\ m - n = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4m &= -10 \rightarrow m = -2.5 \\ n &= -2.5 \end{aligned}$$

۴ قاعده بالا = y

$$2x^2 - x - 1 = \frac{(x+1+y)(2x+1)}{2} \rightarrow x+1+y = \frac{2(2x^2 - x - 1)}{(2x+1)}$$

$$\rightarrow y = \frac{4x^2 - 2x - 2}{2x+1} - (x+1) = \frac{4x^2 - 2x - 2 - (x+1)(2x+1)}{2x+1}$$

$$= \frac{4x^2 - 2x - 2 - 2x^2 - 3x - 1}{2x+1} = \frac{2x^2 - 5x - 3}{2x+1}$$

$$z = x+1 - \frac{(2x^2 - 5x - 3)}{2x+1} =$$

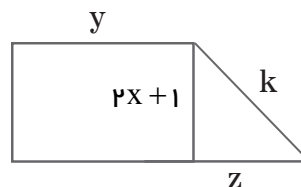
$$\frac{-2x^2 + 3x + 1 - 2x^2 + 5x + 3}{2x+1} = \frac{4x + 4}{2x+1} = \frac{4(2x+1)}{2x+1} = 4$$

$$k^2 = z^2 + (2x+1)^2 = 16 + (2x+1)^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 17 \rightarrow k = \sqrt{4x^2 + 4x + 17}$$

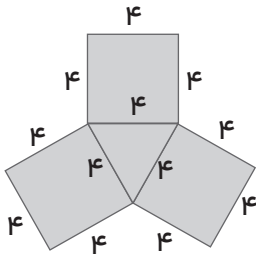
محیط  $= (x+1) + (2x+1) + y + k =$

$$3x + 2 + \frac{2x^2 - 5x - 3}{2x+1} + \sqrt{4x^2 + 4x + 17}$$

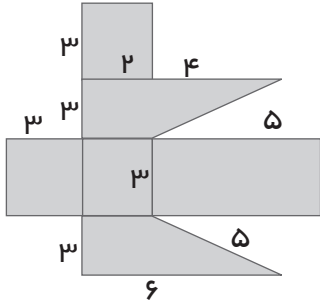


$$\frac{x^2 - 4x + 6}{(x-2)(x-1)} = \frac{A(x-2)(x-1) - B(x-2) - C(x-1)}{(x-2)(x-1)}$$

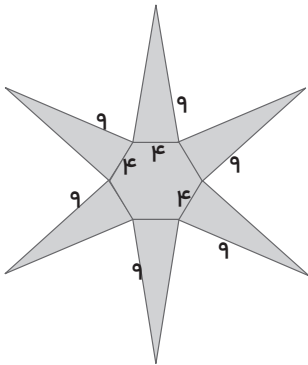
حل تمرین صفحه ی ۱۶۴



(الف)



(ب)



(پ)

تمرین های آخر فصل صفحه ی ۱۶۷

۱ (الف) کره (ب) منتظم (پ) هرم منتظم

۲  $S - S = \pi(۲)^۲ \times ۶ - \pi(۱)^۲ \times ۳ = ۲۴\pi - ۳\pi = ۲۱\pi$

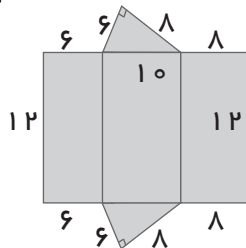
استوانه مخروط

۳  $V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = ۲۸۸\pi \rightarrow R^۳ = ۲۱۶ \Rightarrow R = ۶$

$S = ۴\pi R^۲ = ۴\pi(۶)^۲ = ۱۴۴$

۴ کل  $S = ۶ \times ۱۲ + ۸ \times ۱۲ + ۱۰ \times ۱۲ + ۲(\frac{۶ \times ۸}{۲}) =$

$۷۲ + ۹۶ + ۱۲۰ + ۴۸ = ۳۳۶ \text{ cm}^۲$



$S = ۴\pi(\frac{۳}{۲})^۲ = ۹\pi$        $V = \frac{۴}{۳}\pi(\frac{۳}{۲})^۳ = \frac{۹\pi}{۲}$

۲  $\frac{\text{حجم کره}}{\text{حجم استوانه}} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}{\pi R^۲ \times ۲R} = \frac{۲}{۳}$

۳ مساحت رویه نیمکره (الف)  $= ۲\pi R^۲ = ۲\pi(۴)^۲ = ۳۲\pi$

مساحت کل نیمکره  $= ۲\pi R^۲ + \pi R^۲ = ۳\pi R^۲ = ۳\pi(۴)^۲ = ۴۸\pi$

حجم (ب)  $= \frac{۲}{۳}\pi R^۳ = \frac{۲}{۳}\pi(۴)^۳ = \frac{۱۲۸\pi}{۳}$

۴ حجم منبع  $= \text{حجم کره} + \text{حجم استوانه} = \pi R^۲h + \frac{۴}{۳}\pi R^۳ =$

$۲\pi(۰/۵۵)^۲ \times ۴ + \frac{۴}{۳}\pi(۰/۵۵)^۳ = ۲/۴۲\pi + \frac{۰/۶۶۵۵\pi}{۳} =$

$\frac{۷/۲۶ + ۰/۶۶۵۵}{۳}\pi = \frac{۷/۲۶ + ۰/۶۶۵۵}{۳}\pi = \frac{۷/۹۲۵۵}{۳}\pi$

$S = \text{استوانه } S + \text{کره } S = ۲\pi R^۲h + ۴\pi R^۲ =$

$۲\pi(۰/۵۵)^۲ \times ۴ + ۴\pi(۰/۵۵)^۲ = ۴/۴۲\pi + ۱/۲۱\pi = ۵/۶۱\pi$

هزینه  $= ۵/۶۱\pi \times ۱۰۰ = ۵۶۱\pi$

حل تمرین صفحه ی ۱۶۲

۱ (الف) حجم هرم  $= S \times \text{ارتفاع} = (\frac{۳ \times ۴}{۲}) \times ۴ = ۲۴$

حجم ها برابرند (ب)  $= S \times \text{ارتفاع} = (۲ \times ۳) \times ۴ = ۲۴$

۲ حجم هرم  $\frac{۱}{۳}$  حجم مکعب است پس :

$V = \frac{۱}{۳}Sh = \frac{۱}{۳} \times \frac{۳ \times ۳ \times ۲}{۲} = \frac{۴}{۳}$

حل تمرین صفحه ی ۱۶۴

۱  $S - S = \pi R^۲h - \frac{۱}{۳}Sh = ۱۲\pi - ۴\pi = ۸\pi$

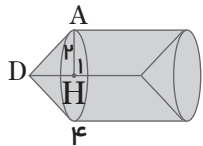
مخروط استوانه

۲  $V - V = \pi \times ۵^۲ \times ۶ - \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲ \times ۱۰ =$

مخروط استوانه

$۱۵۰\pi - ۳۰\pi = ۱۲۰\pi$

۱۲ می دانیم در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه روبه زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است پس  $AH = 1$



$$V = \pi R^2 h = \pi(1)^2 \times 4 = 4\pi$$

$$V = V_{\text{استوانه مکعب}} - V = a^2 b - \pi R^2 h =$$

$$(8)^2 \times 5 - \pi(4)^2 \times 5 = 320 - 80\pi =$$

$$80(4 - \pi) \approx 80$$

$$\text{پیمانه } V = \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi \times 6^3 = \frac{128\pi}{3}$$

$$V = \pi R^2 h = \pi \times 3^2 \times h = \frac{128\pi}{3} \rightarrow$$

$$h = \frac{128}{127} = 1.007 \approx 1 \text{ سانتی متر}$$

$$\text{مخروط } V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} (\sqrt{2})^2 h \rightarrow$$

$$4 = \frac{1}{3} (\sqrt{2})^2 h \rightarrow h = \frac{12}{2} = 6$$

$$V = \pi R^2 \cdot h \rightarrow 27\pi = (0.5)^2 \pi \cdot h \rightarrow$$

$$h = \frac{27}{0.25} = 108 \text{ سانتی متر}$$

پرسش های چهار گزینه ای صفحه ۱۷۰

$$V = S \rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = 4\pi R^2 \rightarrow R = 3 \text{ گزینه ۱}$$

$$a = \frac{10}{\sqrt{3}} \rightarrow a^3 = \frac{1000}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1000\sqrt{3}}{9} \text{ گزینه ۲}$$

$$\text{قطر مربع} = a\sqrt{2} \rightarrow 12 = a\sqrt{2} \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

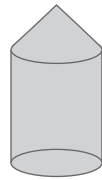
$$a = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} (6\sqrt{2})^2 \times 5 = 120$$

۵

$$2\pi r^2 \times 120 = 2 \times 3 \times 9 \times 0.120 = 6/48 \approx 6/5 \text{ کیلوگرم}$$

$$V = V_{\text{استوانه}} + V_{\text{مخروط}} = \pi R^2 h + \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h'$$



$$= \pi \times 2^2 \times 4 + \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 1 = \frac{56\pi}{3}$$

۶

$$\text{قطر} = a\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \rightarrow a = 3$$

$$\text{کل } S = 6a^2 = 6 \times 9 = 54$$

$$\text{حجم } V = a^3 = 3^3 = 27$$

۷

۱۴

۱۵

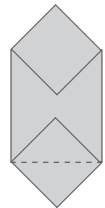
۸ طول ضلع لوزی  $a =$

$$a^2 = 1^2 + 2^2 \rightarrow a = \sqrt{5}$$

$$\text{کل } S = 2 S_{\text{وجه}} + 4 S_{\text{قاعده}} =$$

$$2 \left( \frac{4 \times 2}{2} \right) + 4 (5 \times \sqrt{5}) = 8 + 20\sqrt{5}$$

$$V = \text{ارتفاع } S \times \text{قاعده} = \frac{2 \times 4}{2} \times 5 = 20$$



۱۶

$$\frac{S}{V} = 3 \rightarrow \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 3 \rightarrow \frac{3}{R} = 3 \rightarrow R = 1 \text{ گزینه ۹}$$

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h + \frac{2}{3} \pi R^3 =$$

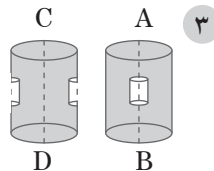
$$\frac{1}{3} \pi (2)^2 (3) + \frac{2}{3} \pi (2)^3 = \frac{12\pi}{3} + \frac{16\pi}{3} = \frac{28\pi}{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (2)^2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 \right) = \frac{4\sqrt{3}}{3} \pi \text{ گزینه ۱۱}$$

$$V = R(r)^r(\phi) - \pi(i)^r(i) = r\pi\pi$$

$$V_r = \pi(r)^r(\phi) - \pi(i)^r(i) = r\pi\pi$$

$$V_1 = V_r$$

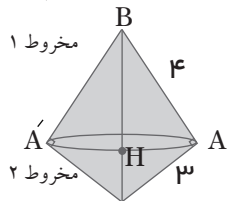


۴ از دوران مثلث قائم الزاویه حول وترش دو مخروط پدید می آید که قاعده های آن بر هم منطبق هستند.

$$AB = r \rightarrow BC = \phi$$

$$AC = r$$

$$S = \frac{AB \times AC}{r} = \frac{AH \cdot BC}{r} \rightarrow$$



$$\frac{r \times \phi}{r} = \frac{AH \times \phi}{r} \rightarrow AH = \frac{r\phi}{r} = r/\phi = \text{شعاع دایره}$$

$$= \text{حجم مخروط ۱} + \text{حجم مخروط ۲} = \text{حجم شکل}$$

$$\frac{1}{3} \pi R_1^r h_1 + \frac{1}{3} \pi R_2^r h_2 = \frac{1}{3} \pi R^r (h_1 + h_2) =$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (r/\phi)^r \times \phi = 9/6$$

نمیکره داخلی

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = r\pi R^r + r\pi R'^r + \pi(R^r - R'^r)$$

لیه نمکره طرف بیرونی

$$r\pi(10)^r + r\pi(6)^r + \pi(10 - 6) = 200\pi + 72\pi + 64\pi = 336\pi$$



حل تمرین های دوره ای صفحه ی ۱۷۲

× × ۱

✓ ✓

$$(3x^2 - 2x + 1)^2 = 9x^4 + 4x^2 + 1 - 12x^3 + 6x^2 - 4x \quad \text{الف) ۲}$$

ب) مبدأ (پ) کوچک تر (ت) یکسان، برابر

الف) گزینه ۳

$$3(2) + 4(0) = 6 + 0 = 6 \quad \text{ب) گزینه ۲}$$

$$\frac{3a^r b^r \times (9ab)^r}{a^r b^r} = \frac{3^r 3^r a^r b^r}{a^r b^r} = 3^r 3^r ab \quad \text{پ) گزینه ۴}$$

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h \rightarrow 45 = \frac{1}{3} S \times 15 \rightarrow \dots \quad \text{ت) گزینه ۳}$$

$$r = 1 \rightarrow V = \pi R^r h' = r\pi$$

$$h = r$$

گزینه ۴

$$V - rV = \pi R^r h - r\left(\frac{1}{3} \pi R^r h\right) =$$

گزینه ۴

$$\pi(16) \times 20 - r\left(\frac{1}{3} \pi \times 16 \times 10\right) =$$

$$320\pi - \frac{320\pi}{3} = \frac{960\pi - 320\pi}{3} = \frac{640\pi}{3}$$

$$\frac{v}{v} = \frac{\pi R^r h}{\frac{1}{3} \pi R^r h'} = \frac{3h}{h'} = \frac{3}{r}$$

گزینه ۶

$$\frac{\pi a^r b}{\pi b^r a} = \frac{a}{b}$$

گزینه ۷

$$V = \pi(r)^r \times 4 - \pi(i)^r \times 2 = 16\pi - 2\pi = 14\pi$$

گزینه ۸

گزینه ۱ مخروط ، ۷

۱۰ گزینه ۲) شکل حاصل یک استوانه به شعاع قاعده ۳ و ارتفاع ۳ است که نصف یک هرم به شعاع قاعده ۱ و ارتفاع ۲ از آن خارج شده است.

$$\pi R^r h - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \pi R'^r h' = \pi(3)^r \times 3 - \frac{1}{6} \pi(1)^r \times 2 =$$



$$27\pi - \frac{1}{3} \pi = \left(\frac{27-1}{3}\right)\pi = \frac{26\pi}{3}$$

حل تمرین های تکمیلی صفحه ی ۱۷۲

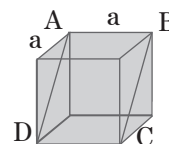
$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{(\pi R)^3} = \frac{\frac{4}{3} \pi (R^3)}{\pi^3 R^3} = \frac{\pi}{6}$$

۱

$$BC^r = a^r + a^r = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = a \times a\sqrt{2} = a^r \sqrt{2}$$

$$\text{کل } S = 4a^r + a^r \sqrt{2} = (4 + \sqrt{2}) a^r$$



۲

$$S = 9 \rightarrow a^r = 9 \rightarrow a = 3$$

$$5a^r + 5b^r + 1 \cdot ab + 3(a+b) =$$

۴

$$5(a^r + b^r + rab) + 3(a+b) =$$

$$5(a+b)^r + 3(a+b) = 5(-1)^r + 3(-1) = 5 - 3 = 2$$

$$(x-1)(x+1)(x-3) = (x^r - 1)(x-3) =$$

۵ الف

$$x^3 - 3x^2 - x + 3$$

$$p^3 + 2p^r + p = p(p^r + 2p + 1) = p(p+1)^r$$

ب

$$a = 3 \text{ شیب}$$

۶ الف

$$y = ax + b \rightarrow 5 = 3(2) + b \rightarrow b = -1 \rightarrow$$

$$y = 3x - 1$$

$$2 - 6m > 0 \rightarrow -6m > -2 \rightarrow m < +\frac{1}{3}$$

ب

$$-3m + 1 < 0 \rightarrow -3m < -1 \rightarrow m > \frac{1}{3}$$

هیچ مقداری برای  $m$  یافت نمی شود پس نقطه ای با این مختصات در ناحیه چهارم قرار نمی گیرد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 7x + 4y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x - 12y = 20 \\ 21x + 12y = 9 \end{cases}$$

۷

$$29x = 29 \rightarrow x = 1 \rightarrow$$

$$2(1) - 3y = 5 \rightarrow -3y = 3 \rightarrow y = -1$$

باقی مانده + خارج قسمت  $\times$  مقسوم علیه = مقسوم

۸

$$\lambda x^3 \div (2x-1) = (2x-1) + 1 \rightarrow \lambda x^3 - 1 = (2x-1) \times \text{مقسوم علیه}$$

$$(2x-1) \rightarrow \text{مقسوم علیه} = \frac{\lambda x^3 - 1}{2x-1} = 2x^2 + 2x + 1$$

$$\text{الف) } \frac{-3 \times \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^2b} \times \sqrt[3]{ab^2}} = \frac{3\sqrt[3]{ab^2}}{ab}$$

۹

$$\text{ب) } \frac{6}{\sqrt{27}} = \frac{6}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$V = V + V + V = \frac{1}{3}\pi(r)^2 \times r + \pi(r)^2 \times r + \frac{2}{3}\pi(r)^2 \times r$$

۱۰

نیمکره استوانه مخروط

$$\frac{8\pi}{3} + 16\pi + \frac{16\pi}{3} = \frac{24\pi}{3} = 8\pi$$

